

УДК 538.935 PACS: 71.15.Mb, 71.20.-b,
3.22.Pr, 73.23.Ad, 84.32.Ff, 85.35.-p

ОТ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ К ДИФFUЗИОННОЙ В ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОННОГО ТРАНСПОРТА В МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКЕ»

Ю.А. Кругляк, проф.
Л.С. Кострицкая, старш. преп.

Одесский государственный экологический университет,
ул. Львовская, 15, 65016, Одесса, Украина, quantumnet@yandex.ua

В рамках транспортной модели Ландауэра – Датты – Лундстрорма рассматривается вычисление проводимости резисторов любой размерности, любого масштаба и произвольной дисперсии, работающих в баллистическом или диффузионном режиме как вблизи 0 К, так и при более высоких температурах. Также обсуждается и поныне широко используемое понятие подвижности, диссипация тепла и падение напряжения в баллистических резисторах.

Ключевые слова: нанофизика, наноэлектроника, электрическая проводимость, баллистический режим, диффузионный режим.

1. ВВЕДЕНИЕ

Продолжим изложение обобщенной модели электронного транспорта Ландауэра – Датты – Лундстрорма (ЛДЛ), начатое в первой части настоящего обзора [1]. Во второй части рассмотрим электрическую проводимость в модели ЛДЛ. Рассмотрим 1D-, 2D- и 3D-проводники, начиная с очень коротких баллистических резисторов, затем перейдем к обычным резисторам, работающим в диффузионном режиме, и рассмотрим также промежуточные режимы.

В 1D проводнике («нанопроволока») длины L электроны могут перемещаться лишь в одном измерении, в 2D проводнике («нанояма») ширины W – в двух измерениях, в 3D проводнике с площадью поперечного сечения A все три измерения доступны электронам. Согласно общепринятой договоренности [2], сопротивление R и его удельное значение ρ для проводников всех трех размерностей запишем следующим образом (см. (9) в [1] для 3D проводника):

$$R_{1D} = \rho_{1D} L; \quad \rho_{1D} = \frac{1}{n_L q \mu}, \quad \text{т (1)}$$

$$R_{2D} = \rho_{2D} \frac{L}{W}; \quad \rho_{2D} = \frac{1}{n_S q \mu}, \quad \text{(2)}$$

$$R_{3D} = \rho_{3D} \frac{L}{A}; \quad \rho_{3D} = \frac{1}{n q \mu}, \quad \text{(3)}$$

где μ – подвижность электронов, а n_L , n_S и n есть плотность электронов для проводников размерности 1D, 2D и 3D, соответственно (см. (42) в [1]), удельное сопротивление которых измеряется в

разных единицах в зависимости от размерности проводника. Подобная запись сопротивления для проводников разной размерности физически вполне корректна: во всех случаях сопротивление пропорционально длине проводника, а для 2D и 3D проводников еще и обратно пропорционально, соответственно, ширине W и площади A поперечного сечения проводника, поскольку увеличение W и A физически эквивалентно параллельному соединению проводников. И вместе с тем мы увидим, что уравнения (1) – (3) не всегда корректны: удивительное встречается даже в таких, казалось бы, простых устройствах, какими нам представляются проводники разной размерности.

Уравнение Ландауэра (96) из [1] для проводимости

$$G = \frac{2q^2}{h} \int T(E) M(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE, \quad \text{(4)}$$

послужит нам отправным пунктом; оно справедливо для проводников любой размерности, если только используются корректные выражения для числа мод проводимости $M(E)$ [1].

Рассмотрим 2D проводник, проводимость которого запишем в виде

$$G = \frac{1}{\rho_{2D}} \frac{W}{L} = \sigma_S \frac{W}{L}. \quad \text{(5)}$$

Мы позже убедимся в том, что у массивных и длинных 2D проводников, работающих в диффузионном режиме, удельная поверхностная проводимость σ_S не зависит от ширины W и длины L проводника, для коротких же проводников σ_S

становится зависящей от длины проводника, а для узких проводников проводимость увеличивается с ростом их ширины ступенчато.

Основное внимание мы уделим 2D проводникам, хотя похожие рассуждения и выкладки могут быть проведены и для 1D и 3D проводников, для которых мы приведем только окончательные результаты. В отношении формулы Ландауэра (4) напомним, что множитель $(-\partial f_0 / \partial E)$ происходит из разложения в ряд Тейлора разности электрохимических потенциалов на контактах проводника $f_1 - f_2$ [1] в предположении, что температура обоих контактов одинакова. Термоэлектрические явления в модели ЛДЛ будут рассмотрены отдельно.

2. 2D БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ РЕЗИСТОРЫ

У баллистических 2D резисторов коэффициент прохождения $T(E) = 1$, а число мод проводимости в (4) $M(E) = WM_{2D}(E)$ [1], где общие выражения для мод проводимости для любых дисперсионных соотношений даются формулами (63), а для параболических дисперсий – формулами (72) – (74). Рассмотрим подробнее множитель $(-\partial f_0 / \partial E)$ в уравнении (4), который получил название «фермиевское окно» проводимости.

На рис. 1 качественно показан график функции Ферми $f_0(E)$ и функции $(-\partial f_0 / \partial E)$ в зависимости от энергии E . Более подробное и количественное обсуждение можно найти в [1].

Мы видим, что функция $-\partial f_0 / \partial E$ существенна лишь в окрестности $\sim \pm 2kT$ вокруг энергии Ферми E_F . В [1] показано, что площадь под этой кривой равна единице, так что для низких температур фермиевское окно проводимости можно записать через дельта-функцию Кронекера

$$-\frac{\partial f_0}{\partial E} \approx \delta(E - E_F). \quad (6)$$

Используя (6) и $T(E) = 1$, из уравнения Ландауэра (4) получаем выражение для баллистической проводимости

$$G^{ball} = \frac{2q^2}{h} M(E_F), \quad (7)$$

которое является общим и справедливым для резисторов любой размерности. Если число мод невелико, его можно вычислить из экспериментальных измерений, тогда проводимость и соот-

ветственно сопротивление не может принимать произвольные значения, а квантуется согласно

$$R^{ball} = \frac{h}{2q^2} \frac{1}{M(E_F)} = \frac{12.9}{M(E_F)}, \text{ [кОм]}. \quad (8)$$

Обратим внимание, что сопротивление в баллистическом режиме не зависит от длины проводника, как и ожидалось для режима баллистического транспорта.

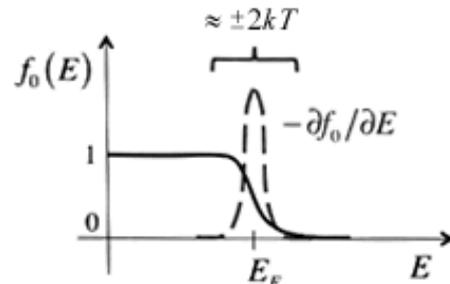


Рис. 1 – Фермиевское окно проводимости.

Тот факт, что сопротивление квантуется, надежно установлено экспериментально [3, 4]. В экспериментах ширина резистора W контролировалась электростатически напряжением на затворе V_G . Баллистический режим транспорта обеспечивался низкой температурой. По мере роста ширины резистора проводимость растет ступенчато (рис. 2) в соответствии с уравнением (7).

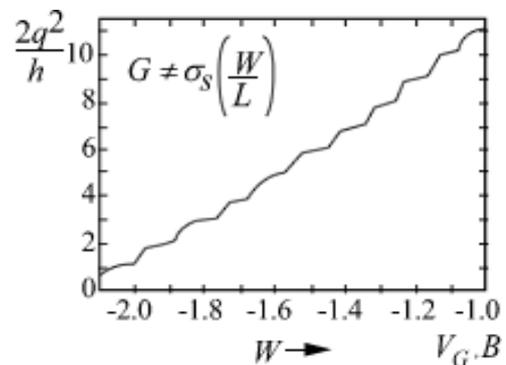


Рис. 2 – Квантование проводимости электронного газа в интерфейсе AlAs/Al_xGa_{1-x}As [3, 4].

Отметим, что ступенчатый характер проводимости в современных экспериментах наблюдается даже при комнатных температурах благодаря проведению измерений на нанорезисторах.

2.1 Широкие 2D баллистические резисторы при T = 0 К

Ширина W резистора может стать столь значительной, что на ней укладывается большое число де Бройлевских полуволн и число мод [1] измерить экспериментально становится затруд-

нительно. В этом случае, например, для параболической дисперсии из уравнений (64) и (73) в [1] имеем

$$M(E_F) = WM_{2D}(E_F) = g_v W \frac{\sqrt{2m^*(E_F - E_C)}}{\pi \hbar}. \quad (9)$$

Число мод M_{2D} удобно связать с поверхностной плотностью электронов n_S , которая обычно известна из экспериментов. Все состояния с волновым вектором $k < k_F$ заняты при $T = 0$ К. Для поверхностной плотности имеем

$$n_S = g_v \frac{\pi k_F^2}{(2\pi)^2} \times 2 = g_v \frac{k_F^2}{2\pi}, \quad (10)$$

где двойка учитывает спиновое вырождение, а g_v – долиное вырождение.

Отсюда находим k_F через поверхностную плотность и подставляем в (67) из [1], так что окончательно

$$M_{2D}(E_F) = \sqrt{2g_v \frac{n_S}{\pi}}. \quad (11)$$

Уравнение (11) связывает число мод при энергии, равной энергии Ферми, с поверхностной плотностью электронов 2D баллистического проводника. Обратим внимание на то, что этот результат не предполагает задание какой-либо конкретной зонной структуры, важно лишь, чтобы она была изотропной. А вот увязка k_F и E_F уже требует задания конкретной дисперсии. Например, для параболической дисперсии волновой вектор k_F находим из

$$\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*} = E_F - E_C. \quad (12)$$

2.2 Широкие 2D баллистические резисторы при $T > 0$ К

Приближение (6) хорошо работает при низких температурах. При комнатных температурах и выше интеграл Ландауэра (4) нужно добросовестно вычислять. Пользуясь записью фермиевской функции (14) в [1], для баллистической 2D проводимости ($T = 1$) имеем

$$G_{2D}^{ball} = \frac{2q^2}{h} \times \int W M_{2D}(E) \left(-\frac{\partial}{\partial E} \right) \frac{1}{\exp(E - E_F/kT) + 1} dE. \quad (13)$$

Подобные интегралы часто встречаются в физике полупроводников. Разберемся в качестве

примера с этим интегралом.

Фермиевская функция обладает полезным свойством [1], а именно

$$\left(-\frac{\partial}{\partial E} \right) = \left(+\frac{\partial}{\partial E_F} \right), \quad (14)$$

которое позволяет производную в уравнении (13) вынести из под знака интеграла. Тогда вместо (13) с учетом (64) из [1] получим

$$G_{2D}^{ball} = \frac{2q^2}{h} \frac{g_v W \sqrt{2m^*}}{\pi \hbar} \left(\frac{\partial}{\partial E_F} \right) \times \int_0^\infty \frac{\sqrt{E - E_C}}{\exp(E - E_F/kT) + 1} dE. \quad (15)$$

Далее введем новые переменные:

$$\eta \equiv (E - E_C)/kT; \quad \eta_F \equiv (E_F - E_C)/kT, \quad (16)$$

что позволяет интеграл (15) преобразовать к виду

$$G_{2D}^{ball} = \frac{2q^2}{h} \frac{g_v W \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \left(\frac{\partial}{\partial \eta_F} \right) \times \int_0^\infty \frac{\sqrt{\eta}}{\exp(\eta - \eta_F) + 1} d\eta. \quad (17)$$

Интегралы этого типа не берутся аналитически. Они часто встречаются в физике полупроводников и получили название интегралов Ферми – Дирака. В нашем случае интеграл (17) пропорционален интегралу

$$\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_F) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\eta^{1/2}}{\exp(\eta - \eta_F) + 1} d\eta, \quad (18)$$

который называется интегралом Ферми – Дирака порядка одна вторая.

При дифференцировании интеграла Ферми – Дирака по его параметру порядок интеграла понижается на единицу

$$\frac{d\mathfrak{F}_j(\eta_F)}{d\eta_F} = \mathfrak{F}_{j-1}(\eta_F). \quad (19)$$

Воспользуемся этим свойством и перепишем выражение (17) следующим образом

$$G_{2D}^{ball} = \frac{2q^2}{h} \frac{g_v W \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_F) = \frac{2q^2}{h} \langle WM_{2D} \rangle, \quad (20)$$

где

$$\langle M \rangle = \langle WM_{2D} \rangle = \frac{\sqrt{\pi}}{2} WM_{2D}(kT) \mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_F), \quad (21)$$

а $WM_{2D}(kT)$ есть $WM_{2D}(E - E_C)$, вычисленное при энергии $E - E_C = kT$. Сравнивая (20) с (7), мы видим, что проводимость 2D баллистических резисторов при конечных температурах имеет тот же вид, что и при $T = 0$ K: нужно лишь заметить число мод $M(E_F)$ на $\langle M \rangle$ по (21). Величина $\langle M \rangle$ есть число мод проводимости 2D баллистического резистора при конечных температурах в фермиевском окне проводимости $-\partial f_0 / \partial E$.

При обработке экспериментальных данных для 2D проводников чаще легче определить поверхностную плотность электронов n_S , чем энергию уровня Ферми E_F , однако, они связаны между собой, и зная n_S , можно найти E_F . Для параболической дисперсии эта связь дается следующим выражением

$$n_S = \int_0^{\infty} D_{2D}(E) f_0(E) dE = g_v \frac{m^* kT}{\pi \hbar^2} \mathfrak{Z}_0(\eta_F) = N_{2D} \mathfrak{Z}_0(\eta_F). \quad (22)$$

Мы рассмотрели только один пример 2D резистора с параболической дисперсией. Аналогичные интегралы Ферми – Дирака разного порядка часто встречаются в задачах о проводниках разной размерности и различной зонной структуры. Полезно рассмотреть интегралы Ферми – Дирака более подробно.

2.3 Интегралы Ферми – Дирака

Интеграл Ферми – Дирака порядка j

$$\mathfrak{Z}_j(\eta_F) = \frac{1}{\Gamma(j+1)} \int_0^{\infty} \frac{\eta^j}{\exp(\eta - \eta_F) + 1} d\eta, \quad (23)$$

где гамма-функция при n целом положительном

$$\Gamma(n) = (n-1)!, \quad (24)$$

при этом

$$\Gamma(p+1) = p\Gamma(p) \quad (25)$$

и

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}. \quad (26)$$

Важным свойством интеграла Ферми – Дирака является понижение его порядка при дифференцировании интеграла по его параметру (19).

Например, известно аналитическое выражение для интеграла нулевого порядка [5]

$$\mathfrak{Z}_0(\eta_F) = \log(1 + e^{\eta_F}). \quad (27)$$

Тогда для интеграла минус первого порядка имеем

$$\mathfrak{Z}_{-1}(\eta_F) = \frac{d\mathfrak{Z}_0(\eta_F)}{d\eta_F} = \frac{1}{e^{-\eta_F} + 1}. \quad (28)$$

Продолжая таким же образом далее, можно получить аналитические полиномиальные выражения для любых целых отрицательных порядков [5 – 7].

Для невырожденных полупроводников

$$\eta_F = (E_F - E_C) / kT \ll 0, \quad (29)$$

в связи с чем для них интегралы Ферми – Дирака любого порядка сводятся к экспонентам

$$\mathfrak{Z}_j(\eta_F) \rightarrow e^{\eta_F}. \quad (\eta_F \ll 0). \quad (30)$$

Роль интегралов Ферми – Дирака в физике полупроводников, производные интегралов, асимптотические и приближенные выражения для них, методы и алгоритмы высокоточных и приближенных методов их расчета можно найти в [7].

2.4 2D диффузионные резисторы

Перейдем от рассмотрения баллистического транспорта с коэффициентом прохождения всегда равным единице, $T(E) = 1$, к диффузионному транспорту с $T(E) = \lambda(E)/L$. Модель ЛДЛ успешно применяется к проводникам любой размерности, однако, мы по-прежнему сосредоточимся на 2D резисторах, а позже приведем окончательные результаты для 1D и 3D резисторов.

Уравнение Ландауэра (4) перепишем с учетом (63) из [1] для 2D резистора в диффузионном режиме, а именно

$$G_{2D}^{diff} = \frac{2q^2 W}{h L} \int \lambda(E) M_{2D}(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (31)$$

Появление множителя W/L согласуется с традиционным определением (2) сопротивления 2D проводника. В модели же ЛДЛ пропорциональность проводимости ширине резистора W объясняется тем, что число мод проводимости 2D проводника должно быть пропорционально его ширине, а обратная пропорциональность длине проводника L вызвана диффузионным режимом.

2.5 Широкие 2D диффузионные резисторы при T = 0 K

Выражение (31) для низких температур существенно упрощается за счет сужения фермиевского окна проводимости (6) и сразу можно записать

$$G_{2D}^{diff} = \frac{2q^2}{h} \frac{W}{L} M_{2D}(E_F) \lambda(E_F) = \frac{\lambda(E_F)}{L} G_{2D}^{ball}, \quad (32)$$

где баллистическая проводимость дается выражением (7). Если определена длина свободного пробега λ , проводимость в диффузионном режиме можно вычислить через ее значение в баллистическом режиме.

Мы уже обсудили проводимость отдельно в баллистическом и в диффузионном режимах при низких температурах. Однако, можно рассмотреть весь спектр режимов при переходе от баллистического режима к диффузионному. Воспользуемся общим выражением для коэффициента прохождения (86) из [1]

$$T(E) = \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L}, \quad (33)$$

тогда

$$\begin{aligned} G_{2D} &= \frac{2q^2}{h} W M_{2D}(E_F) \frac{\lambda(E_F)}{\lambda(E_F) + L} = \\ &= \frac{\lambda(E_F)}{\lambda(E_F) + L} G_{2D}^{ball}, \end{aligned} \quad (34)$$

а для сопротивления имеем

$$R_{2D} = \left(1 + \frac{L}{\lambda(E_F)} \right) R_{2D}^{ball}. \quad (35)$$

Полученный результат свидетельствует, что при низких температурах сопротивление 2D резистора в диффузионном режиме пропорционально длине проводника, а в баллистическом режиме от длины проводника не зависит.

2.6 Широкие 2D диффузионные резисторы при T > 0 K

При конечных температурах интеграл (31) нужно вычислять. Поступим следующим образом. Умножая и деля его на

$$\langle M_{2D} \rangle \equiv \int M_{2D}(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE, \quad (36)$$

перепишем (31) следующим образом

$$G_{2D}^{diff} = \frac{2q^2}{h} \langle WM_{2D} \rangle \frac{\langle \lambda \rangle}{L} = \frac{\langle \lambda \rangle}{L} G_{2D}^{ball}, \quad (37)$$

где $\langle WM_{2D} \rangle$ дается выражением (21), а усредненное значение длины свободного пробега определяется как

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\int \lambda(E) M_{2D}(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE}{\int M_{2D}(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE} = \frac{\langle M\lambda \rangle}{\langle M \rangle}. \quad (38)$$

Уравнение (37) по форме такое же как и уравнение (32). При низких температурах мы $\langle M \rangle$ заменяем на $M(E_F)$, а $\langle \lambda \rangle$ на $\lambda(E_F)$. Одиночные и двойные угловые скобки указывают лишь на то, как производится усреднение.

Чтобы реально оценить усредненное значение средней длины свободного пробега, нужно задаться дисперсионным соотношением и выражением для $\lambda(E)$. В случае обычных и наиболее распространенных механизмов рассеяния простейший путь записать выражение для $\lambda(E)$ это воспользоваться степенным законом в форме [8]

$$\lambda(E) = \lambda_0 \left(\frac{E - E_C}{kT} \right)^r, \quad (39)$$

где значение показателя степени r определяется выбором того или иного механизма рассеяния, а константа λ_0 в типичных случаях еще и температурно-зависимая. Например, при рассеянии электронов на акустических фононах в 3D проводнике $r = 0$, а на заряженных примесях $r = 2$.

Оба интеграла в (38) выражаются через интегралы Ферми – Дирака следующим образом

$$\langle \lambda \rangle = \lambda_0 \times \left(\frac{\Gamma(r + 3/2)}{\Gamma(3/2)} \right) \times \left(\frac{\mathfrak{F}_{r-1/2}(\eta_F)}{\mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_F)} \right). \quad (40)$$

Если $r = 0$, средняя длина свободного пробега не зависит от энергии и $\langle \lambda \rangle = \lambda_0$.

Мы не будем рассматривать весь спектр перехода от баллистического режима к диффузионному; это выведет нас далеко за пределы выбранной нами темы обзора. Заметим лишь, что в случае не зависящей от энергии средней длине

свободного пробега сопротивление резистора

$$R = \left(1 + \frac{L}{\lambda_0}\right) R^{ball}, \quad (41)$$

что очень похоже на уже известный результат (35).

Далее мы обсудим с позиций транспортной модели ЛДЛ некоторые общие вопросы электронного транспорта такие, как понятие подвижности носителей тока, способы записи выражений для поверхностной 2D проводимости, диссипацию мощности и падение напряжения в баллистическом резисторе, приведем, наконец, сводку основных результатов для 1D и 3D проводников.

3. О ПОНЯТИИ ПОДВИЖНОСТИ

Традиционно обсуждение сопротивления проводников начинается с определений (1) – (3), которые, однако, не применимы к проводникам, работающим в баллистическом или квазibalлистическом режимах. В этих режимах не совсем ясно, как оценить подвижность носителей тока. Транспортная модель ЛДЛ начинается с уравнения Ландауэра (4) и пригодна для любых транспортных режимов, от баллистического до диффузионного и во всем спектре режимов между ними. В рамках модели ЛДЛ вообще нет нужды обращаться к понятию подвижности. Вместе с тем понятие подвижности и поныне широко используется несмотря на то, что в отдельных случаях оно приводит к недоразумениям. Так уравнения (1) – (3) утверждают, что проводимость пропорциональна произведению плотности неких электронов и подвижности, тогда как согласно уравнению Ландауэра (4) проводимость обеспечивается только теми электронами, энергия которых опадает в фермиевское окно проводимости $(-\partial f_0 / \partial E)$. Для полупроводников *n*-типа это могут быть все электроны в зоне проводимости (невырожденные полупроводники), а может быть только малая их доля (вырожденные полупроводники). Поскольку понятие подвижности и поныне широко используется, следует обсудить его в рамках концепции ЛДЛ.

Лучше всего опять начать с уравнения Ландауэра (4) и приравнять его проводимости 2D проводника по уравнению (2), а именно

$$G_{2D} = \frac{2q^2}{h} \int T(E) M(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE \equiv n_S q \mu \frac{W}{L}, \quad (42)$$

откуда кажущаяся подвижность для 2D резистора

$$\mu_{2D}^{app} \equiv \frac{2q}{h} \frac{1}{n_S} \int T(E) L M_{2D}(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE \quad (43)$$

берется нами за определение подвижности в отличие от определения подвижности по модели Друде[9]

$$\mu = \frac{q\tau}{m^*}, \quad (44)$$

где τ – среднее время рассеяния, иначе, время импульсной релаксации. Мы называем подвижность по (43) кажущейся, поскольку определение (43) пригодно как для баллистической подвижности, так и для диффузионной. Например, положив время прохождения $T(E) = 1$, для баллистической подвижности имеем

$$\mu_{2D}^{ball} \equiv \frac{2q}{h} \frac{1}{n_S} \int L M_{2D}(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE, \quad (45)$$

аналогично, выбрав $T(E) = \lambda(E)/L$, получим выражение для диффузионной подвижности

$$\mu_{2D}^{diff} \equiv \frac{2q}{h} \frac{1}{n_S} \int \lambda(E) M_{2D}(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE. \quad (46)$$

Концепция баллистической подвижности была введена в обращение Шуром [10] и оказалась полезной при анализе различных устройств [11]. Сравнивая выражения (45) и (46), мы видим, что диффузионная подвижность отличается от баллистической только заменой средней длины свободного пробега просто на длину баллистического резистора. Подобная замена выглядит вполне физически приемлемой. Вспомним, что в контактах равновесие быстро достигается за счет интенсивных процессов рассеяния. Электрон, инжектированный в баллистический канал истоком, участвовал в рассеянии в контакте с истоком, а затем следующий раз участвовал в рассеянии лишь в контакте со стоком. Расстояние между этими двумя событиями есть как раз длина баллистического резистора, которая и играет роль средней длины свободного пробега в диффузионном канале.

Проблемы в наноэлектронике возникают в области, промежуточной между баллистическим и диффузионным предельными режимами. В этой области коэффициент прохождения определяется выражением (33) и можно показать [11], что для кажущейся подвижности имеет место

следующее соотношение

$$\frac{1}{\mu^{app}} = \frac{1}{\mu^{diff}} + \frac{1}{\mu^{ball}}, \quad (47)$$

которое выглядит как традиционное правило Матиссена [8, 12]. По другому в этой переходной области можно поступить, если в (46) среднюю длину свободного пробега заменить на ее кажущееся значение, а именно

$$\frac{1}{\lambda^{app}} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{L}. \quad (48)$$

Кажущуюся длину свободного пробега можно интерпретировать либо как реальную среднюю длину свободного пробега в условиях диффузионного режима, либо как длину резистора в зависимости от того, какая из этих длин меньше.

Предполагая параболическую зонную структуру, подвижность даже в самом общем случае можно выразить через интегралы Ферми – Дирака. Для примера рассмотрим более простой случай, когда $T = 0$ К. Плотность электронов в зоне проводимости

$$n_S = g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2} (E_F - E_C) = D_{2D}(E_F - E_C), \quad (49)$$

а также из формулы (63) работы [1] следует, что

$$M_{2D} = \frac{\hbar}{4} \langle v_x^+ \rangle D_{2D}, \quad (50)$$

где скорость

$$\langle v_x^+ \rangle = \frac{2}{\pi} v_F, \quad (51)$$

выражается через фермиевскую скорость v_F .

Используя (45) и (46) вместе с (49) и (50), находим, что

$$\mu_{2D}^{ball} = \frac{\bar{D}_{2D}^{ball}}{(E_F - E_C)/q}, \quad (52)$$

$$\mu_{2D}^{diff} = \frac{\bar{D}_{2D}^{diff}}{(E_F - E_C)/q}, \quad (53)$$

где коэффициенты диффузии даются выражениями:

$$\bar{D}_{2D}^{ball} = \langle v_x^+ \rangle \frac{L}{2}, \quad (54)$$

$$\bar{D}_{2D}^{diff} = \langle v_x^+ \rangle \frac{\lambda(E_F)}{2}. \quad (55)$$

Уравнения (52) и (53) напоминают соотношение Эйнштейна между подвижностью и коэффициентом диффузии (105) из [1] с разностью $E_F - E_C$, играющей роль kT , поскольку с самого начала предполагалось, что $T = 0$ К.

Уравнение (55) дает привычное определение коэффициента диффузии, а вот (54) вводит новое понятие «баллистического коэффициента диффузии».

4. СПОСОБЫ ЗАПИСИ 2D ПРОВОДИМОСТИ

Согласно уравнению (32), удельная диффузионная проводимость, иначе поверхностная проводимость, при $T = 0$ К дается выражением

$$\sigma_S = \frac{2q^2}{h} M_{2D}(E_F) \lambda(E_F). \quad (56)$$

Выражения для поверхностной проводимости встречаются в различных формах записи. Полезно рассмотреть наиболее часто встречающиеся.

Нам уже известно выражение $M_{2D}(E)$ из (63) в [1], а именно

$$M_{2D}(E) = \frac{\hbar}{4} \langle v_x^+ \rangle D_{2D}(E), \quad (57)$$

где для средней скорости в случае параболической дисперсии и изотропии скорости имеем уравнение (60) из [1], а именно

$$\langle v_x^+ \rangle = \frac{2}{\pi} v. \quad (58)$$

Позже при рассмотрении общих вопросов рассеяния при электронном транспорте для средней длины свободного пробега в (56) мы получим

$$\lambda(E) = \frac{\pi}{2} v(E) \tau(E), \quad (59)$$

где τ есть время импульсной релаксации, иначе, время между двумя соседними актами рассеяния. Используя (58) и (59), для поверхностной проводимости (56) получаем типичное выражение

$$\sigma_S = q^2 D_{2D}(E_F) \frac{v^2(E_F) \tau(E_F)}{2}. \quad (60)$$

Определяя электронный коэффициент диффузии

$$\bar{D}(E_F) = \frac{v^2(E_F) \tau(E_F)}{2}, \quad (61)$$

перепишем (60) в более привычном виде

$$\sigma_S = q^2 D_{2D}(E_F) \bar{D}(E_F). \quad (62)$$

Приведем еще один способ записи поверхностной проводимости. Для параболической дисперсии

$$\frac{1}{2} m^* v^2(E_F) = E_F - E_C. \quad (63)$$

Используя это выражение и (49), перепишем (60) в виде

$$\sigma_S = n_S q \mu, \quad (64)$$

где подвижность

$$\mu = \frac{q\tau(E_F)}{m^*}. \quad (65)$$

Уравнение (65) хорошо известно, но его нельзя назвать удачным в качестве базового уравнения для анализа работы электронного устройства в целом. Типичным примером может служить ситуация когда не работает предположение о параболической зонной структуре, порождающее понятие эффективной массы носителя тока.

Подведем итоги. Получены четыре разных способа записи удельной 2D проводимости при $T=0$ К. Это уравнения (56), (60), (62) и пара уравнений (64) – (65). Все уравнения эквивалентны, но обладают они разными возможностями. Уравнение (56) увязывает удельную проводимость с числом мод проводимости. По уравнениям (60) и (62) нужно знать плотность состояний резистора и скорость или коэффициент диффузии при энергии, равной фермиевскому значению. Уравнение (64) связывает удельную проводимость с поверхностной плотностью электронов. Конечно, роль фермиевского окна проводимости $(-\partial f_0 / \partial E)$ остается прежней: проводимость обеспечивают лишь те электроны, энергия которых попадает в окно $\sim \pm 2 kT$, охватывающее фермиевскую энергию E_F .

При конечных температурах вместо уравнения (56) имеем

$$\sigma_S = \frac{2q^2}{h} \int M_{2D}(E) \lambda(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (66)$$

Удобно ввести удельную поверхностную проводимость в дифференциальной форме $\sigma'_S(E)$, а именно

$$\sigma_S = \int \sigma'_S(E) dE, \quad (67)$$

где

$$\sigma'_S(E) = \frac{2q^2}{h} M_{2D}(E) \lambda(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right). \quad (68)$$

Полную проводимость (67) получаем суммированием проводимостей по всем модам резистора. Уравнение (68) при конечных температурах можно записать по разному так же, как это было показано выше для $T=0$ К.

5. ДИССИПАЦИЯ МОЩНОСТИ В БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РЕЗИСТОРАХ

Любой проводник, на который подано напряжение V , диссипирует мощность $P = VI = V^2/R$.

Мощность обычно диссипирует в результате электрон-фононного взаимодействия, энергия которого передается решетке проводника и проводник греется. В баллистических резисторах перенос электронов происходит без рассеяния, однако, диссипация мощности по-прежнему равна V^2/R . Где же эта мощность диссипирует? Поскольку диссипация мощности не может происходить в канале проводимости, то есть единственный ответ – на контактах, где происходят интенсивные процессы рассеяния, направленные на быстрое восстановление равновесных значений электрохимических потенциалов.

Диссипация мощности в баллистическом резисторе иллюстрируется на рис. 3.

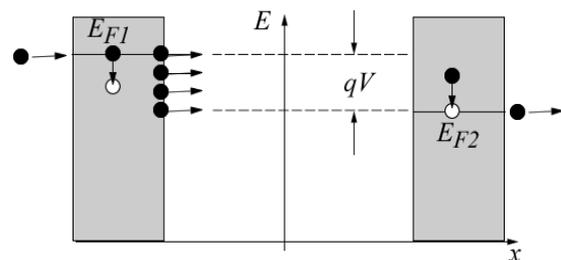


Рис. 3 – Диссипация мощности в баллистическом канале происходит на контактах.

Ток возникает в фермиевском окне, созданном разностью фермиевских функций $f_1 - f_2$, отличной от нуля, и следовательно разностью электрохимических потенциалов $E_{F1} - E_{F2} = qV$. Как схематически показано на рис. 3, когда электрон покидает контакт 1, образуется незаполненное состояние в спектре контакта 1 («дырка»). Достигнув баллистически контакт 2 с избытком энергии

по сравнению с химпотенциалом E_{F2} («горячий электрон»), он теряет этот избыток в результате неупругого рассеяния на контакте 2.

При равноправии контактов потеря энергии на контакте 2 составит $qV/2$, так что половина мощности диссипирует на контакте 2. Зарядовая нейтральность контакта 2 восстанавливается после того как электрон покинет контакт 2 и по внешней цепи достигнет контакта 1. Электрон входит в контакт 1 с энергией E_{F1} , теряет энергию неупруго, заполняя собой «дырку», и диссипируя мощность $qV/2$ на контакте 1.

Итак, в баллистическом канале в режиме линейного отклика на каждом контакте диссипирует примерно половина мощности VI .

6. ПАДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РЕЗИСТОРАХ

В диффузионном режиме работы однородного резистора напряжение падает линейно вдоль его длины. А как падает напряжение в баллистическом резисторе? Ответ, наверное, ожидаемый – на контактах (рис. 4).

Внутри контакта 1 есть один хорошо определенный уровень Ферми E_{F1} , аналогично и в контакте 2 есть один уровень E_{F2} . Внутри же всего устройства уровней Ферми два. Часть электронных состояний резистора заполняется истоком. Поскольку они находятся в равновесии с ним, то заполнены они в соответствии с фермиевской функцией контакта 1.

Аналогичная ситуация имеет место со стороны стока. Состояния заполняются в соответствии с фермиевской функцией контакта 2. Расчет среднего значения электрохимического потенциала внутри баллистического резистора [13] приводит к результату, показанному на рис. 4.

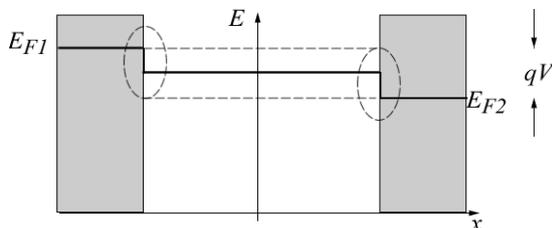


Рис. 4 – В баллистическом резисторе при равноправии контактов напряжение $V = (E_{F1} - E_{F2})/q$ падает на контактах поровну.

При равноправии контактов половина падения электрохимического потенциала происходит на истоке, а вторая половина – на стоке. По этой причине баллистическое сопротивление в 12.9 кОм называют квантом контактного сопротивления.

7. 1D И 3D РЕЗИСТОРЫ

Уравнение Ландауэра для проводимости (4) справедливо для резисторов любой размерности, если только корректно учесть число мод проводимости $M(E)$. Вернемся к 2D проводнику. Он удлинен в направлении движения электронов и имеет конечную ширину W . Движение электронов ограничено потенциальной ямой, их энергия квантуется, а именно

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* a^2} n^2, \quad (69)$$

где a – ширина потенциальной ямы, n – целое квантовое число, перечисляющее уровни энергии («подзоны»), которые заселяются в соответствии с положением уровня Ферми, и каждая из подзон есть мода (канал) проводимости для тока. При достаточно большой ширине резистора W энергии нижних подзон близки друг к другу и многие из этих подзон заселены электронами. В этом случае число подзон пропорционально ширине резистора W и для числа мод проводимости имеем

$$M(E) = WM_{2D}(E) = \sum_{n=1}^N W g_v \frac{\sqrt{2m^*(E - \varepsilon_n)}}{\pi \hbar}, \quad (70)$$

где сумма берется по всем подзонам.

Теперь рассмотрим 1D проводник. Он похож на очень узкий 2D резистор. Если его ширина и толщина малы, то все подзоны далеко расположены друг от друга по энергии и их можно легко пересчитать, так что (ф-ла (63) в [1])

$$M(E) = M_{1D}(E) = \text{Число подзон энергии } E. \quad (71)$$

Наконец, если ширина и толщина резистора велики, то мы имеем фактически 3D проводник, все подзоны близко расположены друг по отношению к другу по энергии и число мод проводимости (ф-ла (63) в [1])

$$M(E) = AM_{3D}(E) = g_v \frac{m^*(E - E_C)}{2\pi \hbar^2}. \quad (72)$$

где A – площадь поперечного сечения 3D проводника.

Для 1D резистора имеет место строгое квантовое ограничение в двух измерениях и число мод проводимости дается простым выражением (71). Для 2D резистора строгое квантовое огра-

нение имеет место в одном измерении и число мод дается выражением (70). Для 3D резистора квантовых ограничений нет и число мод дается выражением (72). Из (70) и (72) видно, что эти формулы выписаны для параболической дисперсии. С таким же успехом их можно выписать для любой аналитически заданной дисперсии, например, для линейной как в графене, которому мы намерены посвятить отдельную публикацию в концепции «снизу – вверх» транспортной модели ЛДЛ [1]. Если дисперсия задается эмпирически, то остается прибегнуть только к численным методам. Как только число мод выявлено, интеграл Ландауэра для проводимости (4) не трудно оценить для проводников любой размерности. Уравнение Ландауэра (4) бывает удобнее переписать в другом виде, а именно

$$G = \frac{2q^2}{h} \langle\langle T \rangle\rangle \langle M \rangle, \quad \langle M \rangle = \int M(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE, \quad (73)$$

$$\langle\langle T \rangle\rangle = \frac{\int T(E) M(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE}{\int M(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE}.$$

Воспользуемся общим выражением для коэффициента прохождения (33) и простоты ради предположим, что средняя длина свободного пробега постоянна и равна λ_0 . Тогда для проводимости имеем

$$G = \frac{2q^2}{h} \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L} \langle M \rangle. \quad (74)$$

В случае параболической дисперсии для 1D резистора

$$\langle M_{1D} \rangle = \sum_i \mathfrak{Z}_{-1}(\eta_{Fi}), \quad (75)$$

где

$$\eta_{Fi} = \frac{E_F - \varepsilon_i}{kT} \quad (76)$$

и суммирование в (75) ведется по подзонам.

При $T = 0$ К проводимость 1D резистора упрощается до

$$G_{1D} = \frac{2q^2}{h} \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L} \times \text{Число подзон энергии } E_F. \quad (77)$$

В случае статистики Максвелла – Больцмана

$$G_{1D} = q n_L \mu^{app} \frac{1}{L}, \quad (78)$$

где

$$\mu^{app} = \frac{\bar{D}}{(kT/q)}, \quad (79)$$

$$\bar{D} = \frac{v_T \lambda^{app}}{2}, \quad (80)$$

$$v_T = \sqrt{2kT / \pi m^*}, \quad (81)$$

$$\frac{1}{\lambda^{app}} = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{L}. \quad (82)$$

Для 2D резистора имеем

$$\langle M \rangle = W \langle M_{2D} \rangle = \frac{\sqrt{\pi}}{2} W M_{2D}(kT) \sum_i \mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_{Fi}), \quad (83)$$

где для параболической дисперсии

$$M_{2D}(kT) = g_v \frac{\sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar}. \quad (84)$$

При $T = 0$ К выражение (74) для 2D резистора упрощается до

$$G_{2D} = \frac{2q^2}{h} \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L} W M_{2D}(E_F). \quad (85)$$

В случае статистики Максвелла – Больцмана

$$G_{2D} = q n_S \mu^{app} \frac{W}{L}. \quad (86)$$

Наконец, для 3D резистора

$$\langle M \rangle = A \langle M_{3D} \rangle = A M_{3D}(kT) \mathfrak{Z}_0(\eta_F), \quad (87)$$

где

$$M_{3D}(kT) = g_v \frac{m^* kT}{2\pi \hbar^2} \quad (88)$$

и

$$\eta_F = \frac{E_F - E_C}{kT}. \quad (89)$$

При $T = 0$ К выражение (74) для 3D резистора упрощается до

$$G_{3D} = \frac{2q^2}{h} \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L} A M_{3D}(E_F). \quad (90)$$

В случае статистики Максвелла – Больцмана

$$G_{3D} = qn\mu^{app} \frac{A}{L}. \quad (91)$$

В заключение в качестве примера приведем результаты анализа экспериментальной вольт-амперной характеристики (ВАХ) углеродных нанотрубок. Это почти идеальные 1D проводники.

Экспериментальные ВАХ одностеночных углеродных нанотрубок в металлическом режиме длиной 1 мкм при $T = 4, 100, 200$ К в широком диапазоне напряжений воспроизведены из [14] на рис. 5.

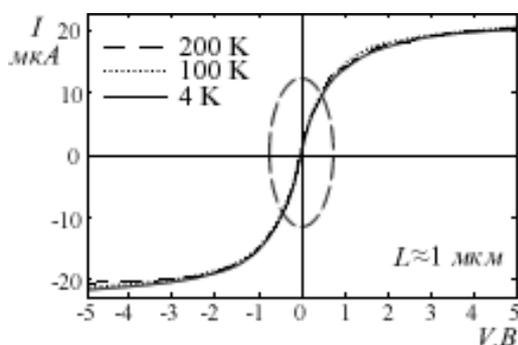


Рис. 5 – Вольт-амперная характеристика одностеночных углеродных нанотрубок в металлическом режиме при трехразных температурах [14, 15]. Обведен участок линейного отклика.

Из линейного участка ВАХ для проводимости получается 22 мкСм. Для таких углеродных нанотрубок приближение при $T = 0$ К хорошо работает даже при весьма высоких температурах. Так что можно пользоваться выражением для проводимости (77). Долинное вырождение для углеродных нанотрубок равно двойке. В предположении, что заполнена одна подзона для баллистической проводимости получается $G^{ball} = 154$ с чм Оценка среднего пути свободного пробега из ур-я (77) дает $\lambda_0 = 167$ нм, что намного меньше физической длины использованных в эксперименте нанотрубок в 1 мкм, так что транспорт в таких нанотрубках диффузионный.

Основные результаты можно было бы сформулировать коротко следующим образом:

1. Все проводники обладают постоянным сопротивлением даже при отсутствии рассеяния электронов. Баллистическое сопротивление есть нижний предел сопротивления независимо от того, насколько мал проводник. Этот баллистический предел сопротивления становится важным даже при работе электронных устройств при комнатной температуре.
2. Баллистическое сопротивление квантуется и квантом сопротивления является величина $h/2q^2$.

3. Вся область перехода от баллистического транспорта к диффузионному стандартно трактуется в модели ЛДЛ с помощью коэффициента прохождения.

4. Резисторы всех размерностей 1D, 2D и 3D трактуются в формализме ЛДЛ единообразно, а сама трактовка допускает любой вид дисперсии.

5. При изучении электрических свойств любого нового материала, включая наносистемы, начинать следует не с договоренностей (1) – (3), а с уравнения Ландауэра (4).

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны Н.Е. Кругляк за помощь в работе по изготовлению рисунков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кругляк Ю.А. Обобщенная модель электронного транспорта Ландауэра – Датты – Лундстрорма // Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии. – 2013. - Вып. 11, №3. - С. 519 – 549; Erratum, Ibid, 2014, Вып. 12, № 2, С. 415.
2. Pierret R.F. *Semiconductor Device Fundamentals*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1996.
3. Van Wees B.J., van Houten H., Beenakker C.W.J., Williamson J.G., Kouwenhoven L.P., van der Marel D., Foxon C.T. Quantized Conductance of Point Contacts in a Two-Dimensional Electron Gas. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, Vol. 60, no. 9, pp. 848–850.
4. Holcomb D.F. Quantum Electrical Transport in samples of limited dimensions. *Amer. J. Phys.*, 1999, vol. 67, no. 4, 278 p.
5. Cvijovic D. Fermi - Dirac and Bose - Einstein functions of negative integer order. *Theoret. Math. Phys.*, 2009, vol. 161, no. 3, 163 p.
6. Dingle R.. The Fermi - Dirac Integrals. *Appl. Scientific Res.*, 1957, vol. 6, no. 1, 225 p.
7. Kim R, M.S. Lundstrom. *Notes on Fermi - Dirac Integrals*. <http://www.nanohub.org/resources/5475>.
8. Lundstrom Mark. *Fundamentals of Carrier Transport, 2nd Ed*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000.
9. Peter Yu, Manuel Cardona. *Fundamentals of Semiconductors. Physics and Materials Properties*. Berlin: Springer, 2010.
10. Shur M.S. Low Ballistic Mobility in GaAs HEMTs. *IEEE Electron Dev. Lett.*, 2002, vol. 23, no. 9, 511 p.
11. Jing Wang, Mark Lundstrom. Ballistic Transport in High Electron Mobility Transistors. *IEEE Trans. Electron Dev.*, 2003, vol. 50, no. 7, 1604 p.
12. Ашкрофт Н. Физика твердого тела /Н. Ашкрофт, Н. Мермин.- М: Мир, 1979.
13. Supriyo Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

14. Zhen Yao, Kane C.L., Dekker C. High-Field Electrical Transport in Single-Wall Carbon Nanotubes, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 84, 13, 2941 p.
15. Lundstrom M., Jeong. *Near-Equilibrium Transport: Fundamentals and Applications*. Hackensack, New Jersey: World Scientific Publishing Company, 2013; <http://www.nanohub.org/resources/11763>).

REFERENCES

1. Kruglyak Yu. A. Obobshchennaya model' elektronogo transporta Landauera – Datty – Lundstroma [Generalized model of electron transport Landauer - Datta -Lundstroma]. *Nanosystemy, nanomaterialy, nanotekhnologii - Nanosystems, nanomaterials, nanotechnologies*, 2013, vol. 11, №3, pp. 519 – 549 ; Erratum, *Ibid*, 2014, vol. 12, no. 2, pp. 415.
2. Pierret R.F. *Semiconductor Device Fundamentals*. Reading, MA: Addison–Wesley, 1996.
3. Van Wees B.J., van Houten H., Beenakker C.W.J., Williamson J.G., Kouwenhoven L.P., van der Marel D., Foxon C.T. Quantized Conductance of Point Contacts in a Two-Dimensional Electron Gas. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, vol. 60, no. 9, pp. 848–850.
4. Holcomb D.F. Quantum Electrical Transport in samples of limited dimensions. *Amer. J. Phys.*, 1999, vol. 67, no. 4, 278 p.
5. Cvijovic D. Fermi - Dirac and Bose - Einstein functions of negative integer order. *Theoret. Math. Phys.*, 2009, vol. 161, no. 3, 163 p.
6. Dingle R.. The Fermi - Dirac Integrals. *Appl. Scientific Res.*, 1957, vol. 6, no. 1, 225 p.
7. Kim R, M.S. Lundstrom. *Notes on Fermi - Dirac Integrals*. <http://www.nanohub.org/resources/5475>.
8. Lundstrom Mark. *Fundamentals of Carrier Transport, 2nd Ed*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000.
9. Peter Yu, Manuel Cardona. *Fundamentals of Semiconductors. Physics and Materials Properties*. Berlin: Springer, 2010.
10. Shur M.S. Low Ballistic Mobility in GaAs HEMTs. *IEEE Electron Dev. Lett.*, 2002, vol. 23, no. 9, 511 p.
11. Jing Wang, Mark Lundstrom. Ballistic Transport in High Electron Mobility Transistors. *IEEE Trans. Electron Dev.*, 2003, vol. 50, no. 7, 1604 p.
12. Ashcroft N., Mermin N. *Fizika tverdogo tela* [Solid State Physics]. Moscow: Mir, 1979.
13. Supriyo Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
14. Zhen Yao, Kane C.L., Dekker C. High-Field Electrical Transport in Single-Wall Carbon Nanotubes, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 84, 13, 2941 p.
15. Lundstrom M., Jeong. *Near-Equilibrium Transport: Fundamentals and Applications*. Hackensack, New Jersey: World Scientific Publishing Company, 2013; <http://www.nanohub.org/resources/11763>).

GENERALIZED MODEL OF ELECTRON TRANSPORT IN MICRO- AND NANO-ELECTRONICS: FROM BALLISTIC TO DIFFUSION CONDUCTIVITY

Yu.A. Kruglyak, prof.
L.S. Kostritskya, sen. lect.

*Odessa State Environmental University,
Lvivska str., 15, 65016, Odessa, Ukraine, quantumnet@yandex.ua*

The Landauer - Datta - Lundstrom transport model is used to calculate conductivity of resistors of any dimension and scale and of an arbitrary dispersion working in the ballistic or diffusion regime at near 0 K and at higher temperatures. There is also discussed still widely used concept of mobility, as well as the dissipation of heat and the voltage drop in the ballistic resistors.

The goal of this review is to show how to use the Landauer equation for conductance in the absence of temperature difference at the ends of the conductor.

The main results can be briefly formulated as follows: all conductors have a constant resistance even in case of absence of electron scattering. Ballistic resistance is the lower limit of resistance, no matter how small the conductor is. This ballistic limit resistance becomes important even for electronic devices at the room temperature. Ballistic resistance is quantized and the quantum of resistance is represented by fundamental Klitzing constant. The whole area of the transition from ballistic to diffusive transport is interpreted in the LDL model in a standard way with the help of transmission coefficient. Resistors of all dimensions – 1D, 2D and 3D are uniformly treated in the LDL formalism, and the interpretation allows for any type of dispersion relation. In the study of electrical properties of any new material, including nanosystems, it is necessary to begin with the

Landauer conductivity equation.

Keywords: Nanophysics and Nanoelectronics, elastic resistor fashion conductivity, transmittance.

ВІД БАЛІСТИЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ ДО ДИФУЗІЙНОЇ В УЗАГАЛЬНЕНІЙ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОННОГО ТРАНСПОРТУ В МІКРО- І НАНОЕЛЕКТРОНІКИ

Ю.О. Кругляк, проф.
Л.С. Кострицька, ст.викл.

*Одеський державний екологічний університет, вул. Львівська,
15, 65016 Одеса, Україна, quantumnet@yandex.ua*

У рамках транспортної моделі Ландауера – Датти – Лундстрома розглядається обчислення провідності резисторів будь-якої розмірності, будь-якого масштабу і довільної дисперсії, що працюють в балістичному або дифузійному режимі поблизу 0 К, так і при більш високих температурах. Також обговорюється і понині широко використовуване поняття мобільності, дисипація тепла і падіння напруги в балістичних резисторах.

Ключові слова: нанофізика, наноелектроніка, електрична провідність, балістичний режим, дифузійний режим.

Дата першого представлення.: 05.02.2016

Дата поступлення окончательной версии : 03.03.2016

Дата опублікування статті: 04.07.2016