

УДК 504.4 : 54

Калиниченко В.И.\*, Юрасов С.Н., к.т.н., Горун В.В.

Одесский государственный экологический университет

\*Черноморниипроект

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ ВЗВЕСИ В ВОДНОМ ПОТОКЕ (НА ПРИМЕРЕ ПОРТА КЕРЧЬ)

*В статье предлагается математическая модель неустановившейся турбулентной диффузии взвеси в водном потоке, полученная при решении дифференциального уравнения методом конечных разностей. Приводятся рекомендации для выполнения инженерных расчетов и пример использования предлагаемой модели при дампинге грунтов.*

*Ключевые слова:* математическая модель, неустановившаяся турбулентная диффузия, дампинг грунтов.

**Введение.** Расчеты распространения взвеси в водной среде при дампинге грунтов являются актуальной задачей. Прежде всего, они необходимы при выборе места размещения подводного отвала из различных вариантов расположения перспективных точек. Преимущество в данном случае должно отдаваться точкам с наилучшей рассеивающей способностью морской среды с учетом места нахождения биологически продуктивных участков дна.

В существующих в настоящее время специализированных моделях распространения взвеси при дампинге грунтов, задача рассматривается в плоской постановке [1]. Более универсальные трехмерные модели [2], сопряженные с моделями гидродинамики, позволяют исследовать более широкий спектр задач, связанных с размывом, переносом и осаждением многофракционных наносов. Однако они слишком сложны для производства инженерных расчетов. Предлагаемая модель позволяет сравнительно легко на практике оперативно выполнить расчеты в пространственной постановке при инженерных изысканиях.

**Материалы и методы исследования.** Рассмотрим следующую задачу. Произошел залповый сброс грунта дноуглубления. В результате сброса образовалось облако полидисперсной взвеси в виде цилиндра с высотой  $H$ . За счет турбулентной диффузии перенос вещества в этом облаке происходит равномерно во все стороны от центральной оси. В плане облако загрязнения выглядит пятном круглой формы с начальным радиусом  $r_0$ . Требуется определить распределение взвеси в облаке загрязнения через некоторое время после сброса грунта.

Облако загрязнения по горизонтали от его центра разобьём на кольца с шагом  $\Delta r$ , по вертикали – на слои с шагом  $\Delta y$ . В дальнейшем распределение концентрации взвеси в нем будем рассматривать через равные интервалы времени  $\Delta t$ .

Началом системы координат является точка пересечения вертикальной оси цилиндра ( $OY$ ) с поверхностью воды. Положение точки в горизонтальной плоскости рассматриваемой системы координат задается углом поворота  $\varphi$  от некоторого направления и расстоянием  $r$  от вертикальной оси  $OY$ . Начало системы координат постоянно находится в центре рассматриваемого облака и перемещается с ним со средней скоростью потока  $V_{CP}$ .

Полидисперсную взвесь представим в виде суммы ее фракций с различной

гидравлической крупностью  $u$ . От точки сброса (ТС) до контрольного створа (КС) распространение каждой фракции рассмотрим отдельно. В конце численного эксперимента, просуммировав значения концентрации фракций взвеси, определим распределение ее содержания в КС.

Математические модели неустановившейся турбулентной диффузии фракции взвеси с гидравлической крупностью  $u$  в плоской (полярная система координат) и пространственной (цилиндрическая система координат) постановках задачи можно записать в виде [3,4]:

$$\partial C/\partial t = D_{\Gamma}(\partial^2 C/\partial r^2) + D_{\Gamma}(\partial C/\partial r)/r - u(C/H), \quad (1)$$

$$\partial C/\partial t = D_{\Gamma}(\partial^2 C/\partial r^2) + D_{\Gamma}(\partial C/\partial r)/r + D_B(\partial^2 C/\partial y^2) - u\partial C/\partial y \quad (2)$$

где  $C$  – концентрация взвеси, г/м<sup>3</sup>;  $t$  – время, отсчитываемое после сброса грунта, с;  $D_{\Gamma}$  и  $D_B$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии, м<sup>2</sup>/с;  $H$  – глубина акватории, м;  $r$  – расстояние от центра системы координат до точки, м.

Начальные и граничные условия в пространственной задаче (в плоскости вместо  $C(t,r,y)$  необходимо подставить  $C(t,r)$ ) можно записать в виде:

$$C(t,r,y) = C_0, \text{ при } r \leq r_0 \text{ и } t = 0,$$

$$C(t,r,y) = 0, \text{ при } r > r_0 \text{ и } t = 0,$$

$$uC(t,r,y) - D(\partial C/\partial y) = 0, \text{ при } y = 0, t > 0,$$

$$\partial C/\partial y = 0 \text{ и } q_B = uC(t,r,y), \text{ при } y = H, t > 0.$$

где  $q_B$  – вертикальный поток оседающей взвеси, г/(м<sup>2</sup>с).

В работе [3] приведен вывод уравнения (2) по объектной схеме (уравнение (1) – частный случай). Изначально уравнение (2) авторы [3] составили при анализе уравнения турбулентной диффузии взвеси Маккавеева В.М. в прямоугольной системе координат (3) и неустановившейся турбулентной диффузии неконсервативного вещества Караушева А.В. в полярной системе координат (4) [5,6]:

$$\frac{\partial C}{\partial x}V_x + \frac{\partial C}{\partial y}V_y + \frac{\partial C}{\partial z}V_z + \frac{\partial C}{\partial t} = D \left[ \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right] - u \frac{\partial C}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\partial C/\partial t = D(\partial^2 C/\partial r^2) + [D - Q_{CT}/(\varphi H)](\partial C/\partial r)/r + k_H C, \quad (4)$$

где  $V_x, V_y, V_z$  – проекции осредненного вектора скорости течения на оси системы координат, м/с;  $Q_{CT}$  – расход сточных вод, м<sup>3</sup>/с, при залповом сбросе равен 0;  $\varphi$  – угол сектора, в который поступают сточные воды, рад;  $k_H$  – коэффициент неконсервативности вещества (для минеральной взвеси равен 0), с<sup>-1</sup>.

Для решения поставленной задачи можно использовать уравнение (3) которое легко свести к объектной схеме, закрепив начало прямоугольной системы координат в центре облака загрязнения на поверхности воды. В этом случае в левой части (3) остаётся одно последнее слагаемое ( $V_x=V_y=V_z=0$ ). Однако, используя в таком виде дифференциальное уравнение, достаточно трудно реализовать численный эксперимент в пространственной постановке задачи.

Модели, представленные дифференциальными уравнениями (1) и (2), позволяют сравнительно легко выполнить численное моделирование, используя метод сеток.

Решение поставленной задачи в плоской постановке (уравнение (1)) методом конечных разностей по явной схеме имеет вид [3]

$$C_{k+1,n} = (1 - 2a - 2f)C_{k,n} + a(b_n C_{k,n+1} + d_n C_{k,n-1}), \quad (5)$$

при  $(a + f) < 0,5$  и  $n \geq 2$ ;

при  $n = 1$

$$C_{k+1,1} = (1 - 2a - 2f)C_{k,1} + 2aC_{k,2}, \quad (6)$$

где  $a = D_{\Gamma}\Delta t/\Delta r^2$ ; (7)

$$f = u\Delta t / (2H); \quad (8)$$

$$b_n = 2n / (2n - 1); \quad (9)$$

$$d_n = (2n - 2) / (2n - 1). \quad (10)$$

Решение задачи в пространственной постановке (уравнение (2)) тем же методом позволяет получить расчетные зависимости для водной толщи (12), поверхностного (11) и придонного (13) слоев [3]:

$$C_{k+1,n,1} = (1 - 2a_1 - a_2 - f)C_{k,n,1} + a_1(b_n C_{k,n+1,1} + d_n C_{k,n-1,1}) + (a_2 - f)C_{k,n,2}, \quad (11)$$

$$C_{k+1,n,m} = (1 - 2a_1 - 2a_2)C_{k,n,m} + a_1(b_n C_{k,n+1,m} + d_n C_{k,n-1,m}) + (a_2 - f)C_{k,n,m+1} + (a_2 + f)C_{k,n,m-1}, \quad (12)$$

$$C_{k+1,n,M} = (1 - 2a_1 - a_2 - f)C_{k,n,M} + a_1(b_n C_{k,n+1,M} + d_n C_{k,n-1,M}) + (a_2 + f)C_{k,n,M-1}, \quad (13)$$

при  $(a_1 + a_2) < 0,5$  и  $f < a_2$ ,

где  $a_1 = D_T \Delta t / \Delta r^2;$  (14)

$$a_2 = D_B \Delta t / \Delta y^2 \quad (15)$$

$$f = u\Delta t / (2\Delta y). \quad (16)$$

Индексом  $k$  обозначены моменты времени с шагом  $\Delta t$ ;  $n$  – номера колец шириной  $\Delta r$ ;  $m$  – номера слоев толщиной  $\Delta y$ ;  $M$  – общее количество слоев по глубине; безразмерный параметр  $f$  учитывает обмен взвесью в потоке между слоями и ее удаление из водной среды за счет оседания на дно.

Формулы (11)–(13) используются при условии:

$$(a_1 + a_2) < 0,5, \quad (17)$$

$$f < a_2. \quad (18)$$

Последнее условие можно записать в виде ограничения толщины слоя  $\Delta y$

$$\Delta y < \Delta y_{\text{ПР}} = 2D/u. \quad (19)$$

Условие (19) позволяет рассчитать предельную толщину слоя  $\Delta y_{\text{ПР}}$ , при которой применимы полученные зависимости, и выбрать необходимую модель расчета:

– при  $\Delta y_{\text{ПР}} \geq H_{\text{СР}}$  – можно использовать двумерную модель;

– при  $\Delta y_{\text{ПР}} < H_{\text{СР}}$  – используется трехмерная модель.

По формулам (5) и (6) видно, что сумма коэффициентов при значениях концентрации взвеси равна  $(1-2f)$ . Это означает, что на  $(k+1)$ -м временном срезе количество вещества в  $(1-2f)$  раза меньше, чем на предыдущем  $k$ -м. Исходя из этого, можно получить условие проверки расчетов на каждом временном срезе, учитывая, что показатель количества взвеси в  $n$ -м кольце равен  $(2n-1)C_{k,n}$ , здесь  $(2n-1)$  – относительная площадь кольца,

$$\sum_{n=1}^{N_0+k} (2n-1)C_{k,n} = (1-2f)^k \sum_{n=1}^{N_0} C_0 (2n-1) = C_0 N_0^2 (1-2f)^k, \quad (20)$$

где  $N_0$  и  $C_0$  – количество колец и значение концентрации взвеси в пятне на нулевом (начальном) временном срезе соответственно.

Аналогично можно получить условие проверки при пространственной постановке задачи.

По формулам (11)–(13) видно, что количество взвеси на срезе  $k+1$  в каждом кольце придонного слоя ( $m = M_0$ ) на  $2fC_{k,n,M}$  меньше, чем в момент  $k$  в соответствующем кольце того же слоя. Отсюда следует, что при расчетах в пространственной постановке задачи на каждом временном срезе должно выполняться равенство

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_k} (2n-1)C_{k,n,m} = C_0 M_0 N_0^2 - 2f \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{n=1}^{N_{k-1}} (2n-1)C_{i,n,M}, \quad (21)$$

где  $N_k = N_0 + k$  – количество колец в облаке взвеси в  $k$ -й момент времени;

$M_0$  и  $N_0$  – количество слоев и колец в облаке в начальный момент времени ( $k=0$ );

$C_0$  – концентрация взвеси в облаке в начальный момент времени;

$C_{i,n,M}$  – концентрация взвеси в  $i$ -й момент времени в кольце  $n$  в придонном слое.

По рассмотренной выше модели представляется возможным пошагово рассчитать распределение концентрации полидисперсной взвеси в облаке загрязнения в различные моменты времени (на различном расстоянии от точки сброса). Для постановки численных экспериментов разработан расчетный модуль «Дампинг».

**Практическое использование предлагаемой модели.** Для дампинга грунтов дноуглубления акватории ГП «Керченский МТП» выбраны три перспективные точки в Керченском предпроливье Черного моря, необходимо:

оценить воздействие на морскую среду дампинга грунтов в этих точках (рис. 1);

из трёх точек выбрать одну точку с лучшим рассеянием загрязняющих веществ, попадающих в морскую среду после сброса грунта.

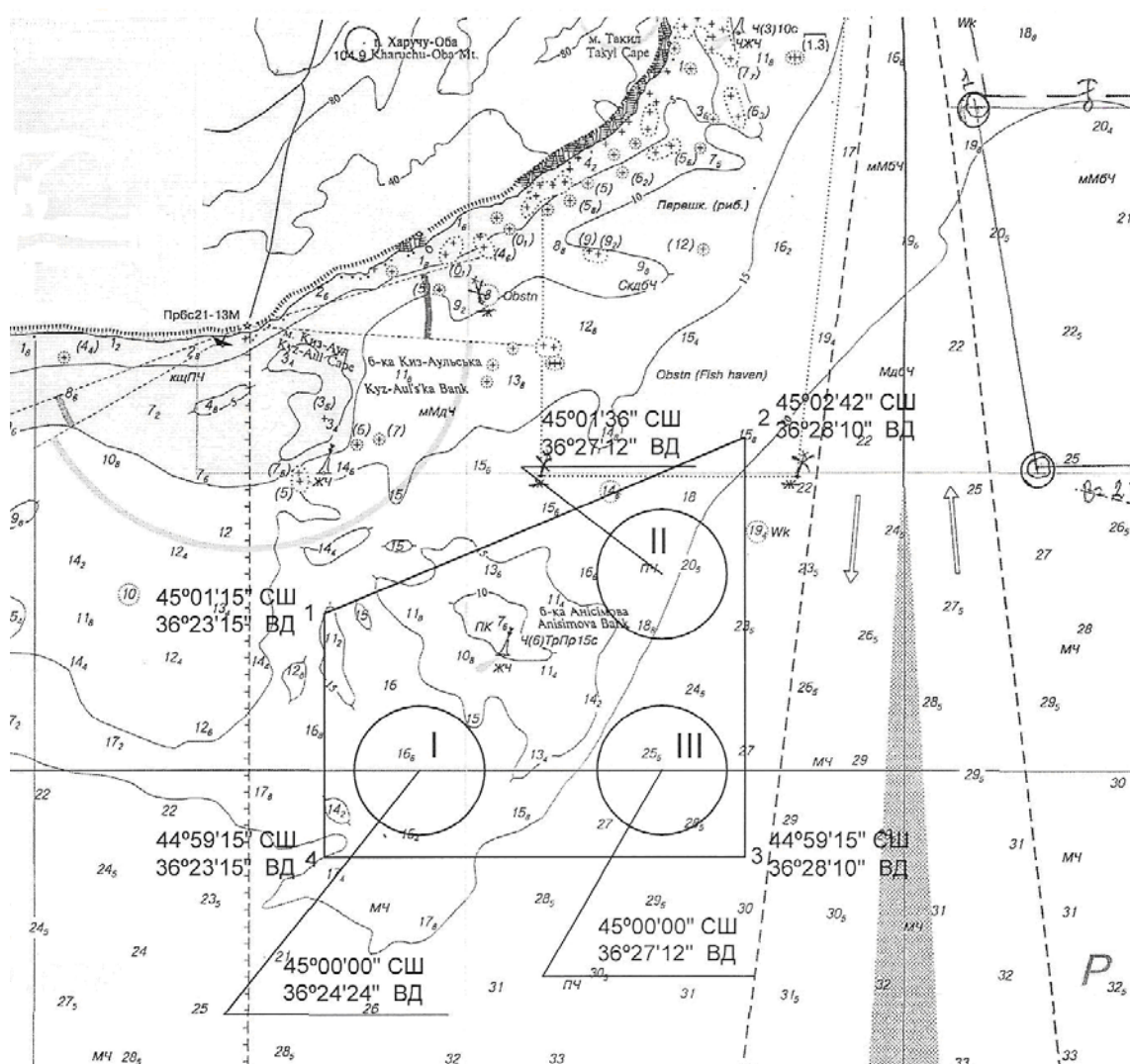


Рис. 1 – Расположение перспективных точек отвала грунтов МТП Керчь

**Исходные данные.** Объем залпового сброса грунта из трюма шаланд составляет  $500 \text{ м}^3$ , площадь открываемых ляд трюмов –  $100 \text{ м}^2$ . Концентрация взвеси в точке сброса грунта принята согласно [7,8]  $600 \text{ мг/дм}^3$ .

Гранулометрический состав (табл. 1) и результаты химического анализа проб морских донных отложений с акватории Керченского МТП (табл. 2) приняты по данным порта.

Диаметр отвалов принят равным 1 морской миле (расстояние до контрольного створа составляет 900 м).

Точка № 1: средняя глубина ( $H_{CP}$ ) – 16,0 м; средняя скорость течения ( $v_{CP}$ ) – 0,10 м/с.

Точка № 2:  $H_{CP}=20,0$  м;  $v_{CP}=0,20$  м/с. Точка № 3:  $H_{CP}=25,0$  м;  $v_{CP}=0,15$  м/с.

Таблица 1 – Гранулометрический состав грунтов дноуглубления МТП Керчь

№№ проб	Содержание фракций грунта, %							Плотность, т/м <sup>3</sup>
	1-0,5 мм	0,5-0,25 мм	0,25-0,10 мм	0,10-0,05 мм	0,05-0,01 мм	0,01-0,005 мм	менее 0,005 мм	
1	6,0	2,0	15,0	21,0	17,0	18,0	21,0	1,40
2	5,0	7,0	14,0	17,0	23,0	19,0	15,0	1,71
3	2,0	7,0	12,0	20,0	18,0	22,0	19,0	1,62
Сред.	4,0	5,0	14,0	19,0	19,0	20,0	19,0	1,56
$u$ , см/с	9,59	4,42	1,38	0,32	0,05	0,003	0,0003	–

Таблица 2 – Содержание загрязняющих веществ в грунтах дноуглубления акватории МТП Керчь

№ п/п	Показатели	Ед. изм.	Акватория	ГХФ	Класс
1	Кадмий	мг/кг	0,10	0,30	А
2	Ртуть	мг/кг	0,06	0,40	А
3	Свинец	мг/кг	3,25	20,0	А
4	Цинк	мг/кг	97,1	94,0	II
5	Медь	мг/кг	32,7	40,0	I
6	Железо	мг/кг	14100	36800	–
7	Марганец	мг/кг	372	650	–
8	Хром	мг/кг	48,1	84,0	–
9	Нефтепродукты	мг/кг	295	–	II

В табл. 3 приведены исходные данные и результаты промежуточных расчетов параметров модели для различных фракций грунта.

При выполнении численного эксперимента:

коэффициент Шези ( $C$ ) принят равным  $50 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$ ;

коэффициент турбулентной диффузии рассчитан по формуле Караушева А.В.:

$$D = g H_{CP} v_{CP} / M C,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;  $M = 0,7C + 6$  при  $C < 60$  и  $M = 48$  при  $C \geq 60$ .

Предполагается, что на рассматриваемом удалении от точки сброса грунта, коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии равны (турбулентность водных масс изотропна).

По табл. 3 видно, что моделирование распространения фракций взвеси с гидравлической крупностью частиц не более 0,05 см/с можно выполнять в плоской постановке задачи, поскольку  $Lu_{TP} > H_{CP}$ . В упомянутую таблицу не включены данные предварительных расчетов по фракциям грунта с  $u \geq 4,42$  м/с, т.к. эти фракции на расстоянии 100-120 м от точки сброса уже отсутствуют в морской среде (полностью оседают на дно).

Таблица 3 – Исходные данные и результаты предварительных расчетов

Параметр	Значение параметра в точках		
	1	2	3
Расстояние до контрольного створа $L$ , м	900	900	900
Средняя глубина $H$ , м	16,0	20,0	25,0
Средняя скорость $V$ , м/с	0,10	0,20	0,15
Концентрация взвеси в точке сброса, мг/дм <sup>3</sup>	600	600	600
Коэфф. турбулентной диффузии $D$ , м <sup>2</sup> /с	0,00765	0,0191	0,0179
Начальный радиус пятна загрязнения $R_0$ , м	5,64	5,64	5,64
Толщина слоя по глубине $\Delta y$ , м	1,60 (1,00*)	2,00	2,50
Ширина колец $\Delta r$ , м	1,88	1,88	1,88
Шаг во времени $\Delta t$ , с	90 (30*)	45	60
Гидравлическая крупность $u_1$ , см/с	1,38	1,38	1,38
Содержание фракции в грунте, %	14,0	14,0	14,0
Концентрация фракции в точке сброса, мг/дм <sup>3</sup>	84,0	84,0	84,0
Параметр $f_1$	0,2070*	0,1553	0,1656
$\Delta y_{ПР}$ , м	1,11	2,77	2,59
Параметр $a_1$	0,0648*	0,2432	0,3040
Параметр $a_2$	0,2295*	0,2151	0,1721
Гидравлическая крупность $u_2$ , см/с	0,32	0,32	0,32
Содержание фракции в грунте, %	19,0	19,0	19,0
Концентрация фракции в точке сброса, мг/дм <sup>3</sup>	114,0	114,0	114,0
Параметр $f_2$	0,0900	0,0360	0,0384
$\Delta y_{ПР}$ , м	4,78	11,94	11,19
Параметр $a_1$	0,1945	0,2432	0,3040
Параметр $a_2$	0,2689	0,2151	0,1721
Гидравлическая крупность $u_3$ , см/с	0,05	0,05	0,05
Содержание фракции в грунте, %	19,0	19,0	0,19
Концентрация фракции в точке сброса, мг/дм <sup>3</sup>	114,0	114,0	114,0
Параметр $f_3$	0,0141	0,00562	0,00600
$\Delta y_{ПР}$ , м	$>H_{CP}$	$>H_{CP}$	$>H_{CP}$
Параметр $a_1$	0,1945	0,2432	0,3040
Параметр $a_2$	0,2689	0,2151	0,1721
Гидравлическая крупность $u_4$ , см/с	0,003	0,003	0,003
Содержание фракции в грунте, %	0,20	0,20	0,20
Концентрация фракции в точке сброса, мг/дм <sup>3</sup>	120,0	120,0	120,0
Параметр $f_4$	0,000844	0,000338	0,000360
$\Delta y_{ПР}$ , м	$>H_{CP}$	$>H_{CP}$	$>H_{CP}$
Параметр $a_1$	0,1945	0,2432	0,3040
Параметр $a_2$	0,2689	0,2151	0,1721
Гидравлическая крупность $u_5$ , см/с	0,0003	0,0003	0,0003
Содержание фракции в грунте, %	19,0	19,0	0,19
Концентрация фракции в точке сброса, мг/дм <sup>3</sup>	114,0	114,0	114,0
Параметр $f_5$	0,0000844	0,0000338	0,0000360
$\Delta y_{ПР}$ , м	$>H_{CP}$	$>H_{CP}$	$>H_{CP}$
Параметр $a_1$	0,1945	0,2432	0,3040
Параметр $a_2$	0,2689	0,2151	0,1721
Время пересечения контрольного створа, с	9000	4500	6000
Количество интервалов времени до пересечения контрольного створа	100	100	100

Примечание: \* – параметры модели для фракции взвеси с  $u=1,38$  см/с в точке I

Результаты эксперимента (приведены в табл. 4-12 и на рис. 2-4).

**а) Точка сброса I.** В табл. 4 приведены значения максимальной концентрации фракций взвеси на различном удалении от точки сброса I.

Таблица 4 – Изменение концентрации взвеси при сбросе грунта в точке I

Момент времени	Расстояние, м	Максимальная концентрация фракции взвеси (мг/дм <sup>3</sup> ) с различной гидравлической крупностью $u$ (см/с)					$\Sigma$
		$u=1,38$	$u=0,32$	$u=0,05$	$u=0,003$	$u=0,0003$	
0	0	84,0000	114,0000	114,0000	120,0000	114,0000	546,0000
5	45	74,4742	101,5710	101,5710	106,9169	101,5710	486,1041
10	90	47,9518	76,9759	76,9779	81,0294	76,9779	359,9129
15	135	7,5619	60,1609	60,4474	63,6352	60,4537	252,2592
20	180	0,3440	47,9601	49,4429	52,0845	49,4817	199,3131
25	225	0,0083	38,2210	41,6877	43,9905	41,7950	165,7025
30	270	0,0001	30,2153	35,9342	38,0365	36,1426	140,3288
35	315	0,0000	23,6822	31,4893	33,4834	31,8222	120,4771
40	360	0,0000	18,4319	27,9458	29,8927	28,4167	104,6871
45	405	0,0000	14,2733	25,0502	26,9902	25,6654	91,9791
50	450	0,0000	11,0159	22,6373	24,5960	23,3972	81,6465
55	495	0,0000	8,4847	20,5943	22,5878	21,4957	73,1625
60	540	0,0000	6,5283	18,8416	20,8793	19,8789	66,1282
65	585	0,0000	5,0215	17,3216	19,4083	18,4875	60,2388
70	630	0,0000	3,8633	15,9909	18,1285	17,2775	55,2601
75	675	0,0000	2,9739	14,8168	17,0049	16,2157	51,0112
80	720	0,0000	2,2912	13,7735	16,0106	15,2764	47,3517
85	765	0,0000	1,7670	12,8408	15,1245	14,4398	44,1721
90	810	0,0000	1,3643	12,0026	14,3299	13,6898	41,3865
95	855	0,0000	1,0546	11,2456	13,6134	13,0136	38,9271
100	900	0,0000	0,8162	10,5590	12,9639	12,4009	36,7400

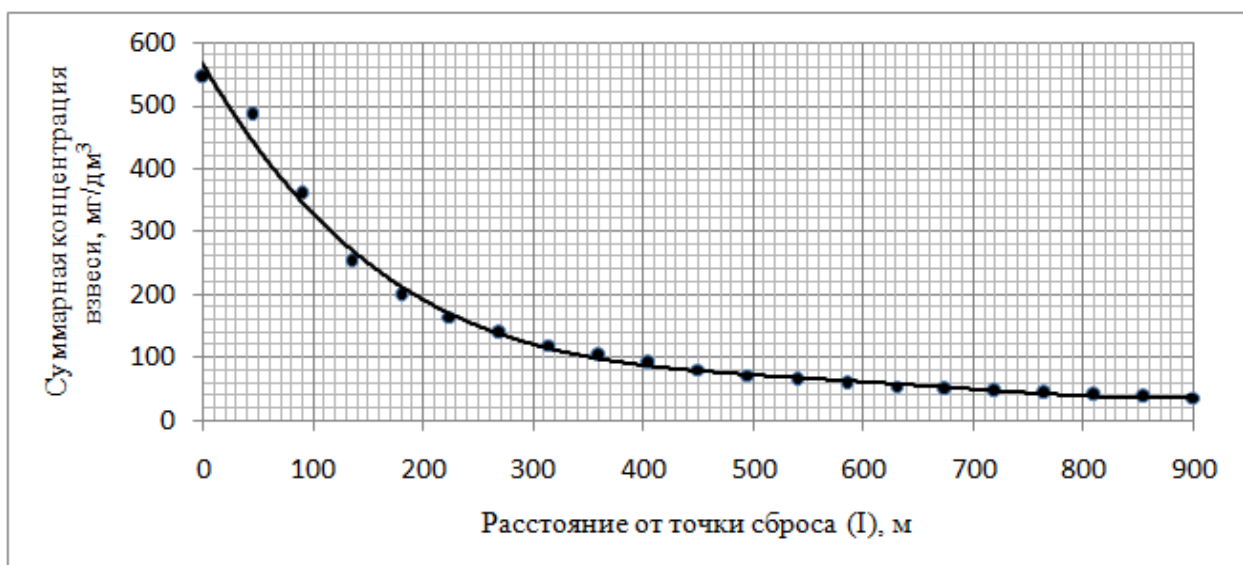


Рис. 2 – Изменение концентрации взвеси при сбросе грунта в точке I

В табл. 5 приведен расчет массы взвеси в КС (% от общей массы в ТС).

Таблица 5 – Расчет количества взвеси в контрольном створе (точка сброса I)

№ п/п	Фракция взвеси, мм	u, см/с	Содержание фракции взвеси в точке сброса (ТС), % от суммарного	Масса (M) фракции взвеси в контрольном створе (КС)	
				M, % от массы фракции в ТС	M, % от общей массы взвеси в ТС
1	1-0,5	9,59	4,0	–	–
2	0,50 – 0,25	4,42	5,0	–	–
3	0,25 – 0,10	1,38	14,0	–	–
4	0,10 – 0,05	0,32	19,0	2,98	0,566
5	0,05 – 0,01	0,05	19,0	73,16	13,90
6	0,01 – 0,005	0,003	20,0	98,32	19,66
7	< 0,005	0,0003	19,0	99,83	18,97
Σ			100,0	–	53,10

Таблица 6 – Концентрация загрязняющих веществ в водной среде в контрольном створе (точка I)

№ п/п	Показатель	Содержание в грунте, мг/кг	Концентрация в ТС грунта, мг/дм <sup>3</sup>	Концентрация в КС, мг/дм <sup>3</sup>	Рыбохозяйственная ПДК, мг/дм <sup>3</sup>	Примечание
1	Кадмий	0,10	0,00006	0,00001	0,01	в норме
2	Ртуть	0,06	0,00004	0,00000	0,0001	в норме
3	Свинец	3,25	0,00195	0,00021	0,01	в норме
4	Цинк	97,1	0,05826	0,00634	0,05	в норме
5	Медь	32,7	0,01962	0,00214	0,005	в норме
6	Железо	14050	8,432	0,9180	0,05	нет
7	Марганец	372	0,2232	0,02430	0,05	в норме
8	Хром	48,1	0,02886	0,00314	0,02	в норме
9	Нефтепродукты	295	0,1770	0,01927	0,05	в норме
10	Взвесь	–	600,0	36,7	0,75	нет

Характеристики зоны загрязнения в КС (точка I):

- максимальная концентрация взвеси – 36,7 мг/дм<sup>3</sup>;
- общее количество взвеси в % от исходного – 53,1;
- радиус зоны загрязнения по взвеси – 32,0÷35,8 м;
- площадь зоны загрязнения по взвеси – 3220÷4020 м<sup>2</sup>;
- кратность разбавления растворенных веществ – 9,2.

Содержание загрязняющих веществ в морской воде в норме за исключением железа (максимальная концентрация 0,92 мг/дм<sup>3</sup> при нормативе 0,05 мг/дм<sup>3</sup>) и взвеси (максимальная концентрация 36,7 мг/дм<sup>3</sup> при нормативе 0,75 мг/дм<sup>3</sup>). Радиус зоны загрязнения по железу – 30,0 м.



**б) Точка сброса II.**

Таблица 7 – Изменение концентрации взвеси после сброса грунта в точке II

Момент времени	Расстояние, м	Максимальная концентрация фракции взвеси (мг/дм <sup>3</sup> ) с различной гидравлической крупностью $u$ (см/с)					$\Sigma$
		$u=1,38$	$u=0,32$	$u=0,05$	$u=0,003$	$u=0,0003$	
0	0	84,0000	114,0000	114,0000	120,0000	114,0000	546,0000
5	45	69,7370	94,6430	94,6430	99,6242	94,6430	453,2903
10	90	49,6312	67,3612	67,3613	70,9066	67,3613	322,6216
15	135	37,2506	51,4872	51,4954	54,2062	51,4959	245,9353
20	180	26,8360	41,4719	41,5356	43,7253	41,5392	195,1080
25	225	17,4936	34,5546	34,7562	36,5977	34,7684	158,1704
30	270	10,3322	29,4276	29,8531	31,4515	29,8801	130,9444
35	315	5,6551	25,4270	26,1422	27,5663	26,1901	110,9807
40	360	2,9280	22,1896	23,2343	24,5311	23,3079	96,1909
45	405	1,4571	19,5025	20,8924	22,0953	20,9952	84,9425
50	450	0,7047	17,2324	18,9645	20,0976	19,0990	76,0982
55	495	0,3339	15,2900	17,3487	18,4298	17,5161	68,9186
60	540	0,1559	13,6127	15,9741	17,0165	16,1751	62,9342
65	585	0,0720	12,1540	14,7900	15,8036	15,0244	57,8440
70	630	0,0330	10,8785	13,7589	14,7513	14,0264	53,4481
75	675	0,0150	9,7582	12,8529	13,8297	13,1525	49,6083
80	720	0,0068	8,7706	12,0502	13,0159	12,3809	46,2244
85	765	0,0031	7,8972	11,3341	12,2921	11,6948	43,2212
90	810	0,0014	7,1226	10,6911	11,6440	11,0806	40,5398
95	855	0,0006	6,4340	10,1108	11,0605	10,5276	38,1335
100	900	0,0003	5,8204	9,5842	10,5322	10,0272	<b>35,9642</b>

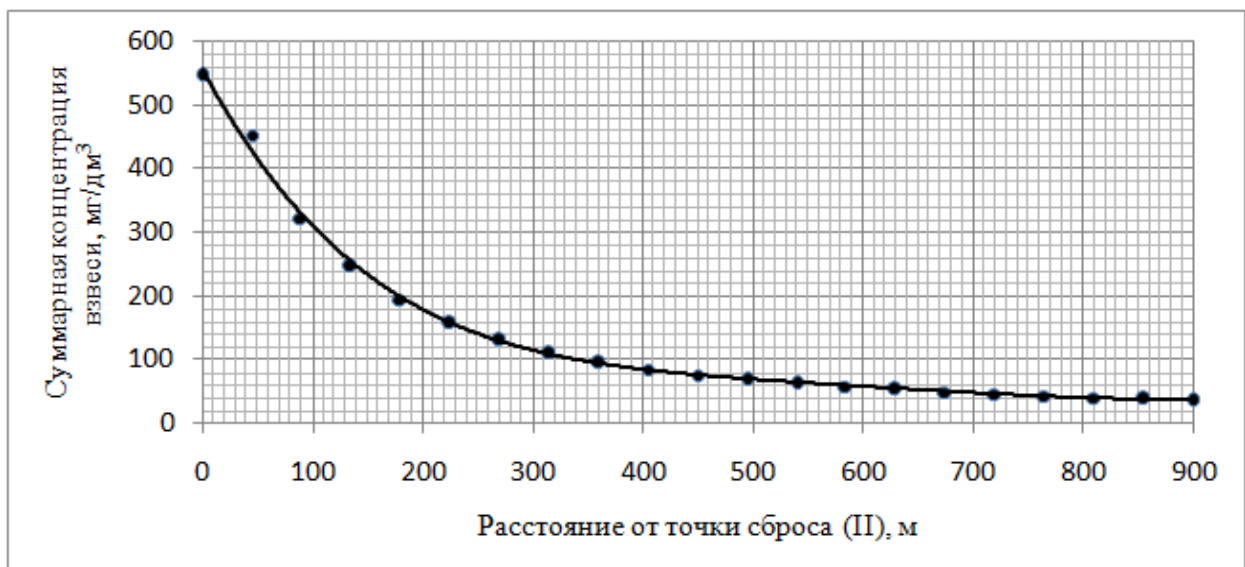


Рис. 3 – Изменение концентрации взвеси при сбросе грунта в точке II

Таблица 8 – Расчет количества взвеси в контрольном створе (точка сброса II)

№ п/п	Фракция взвеси, мм	u, см/с	Содержание фракции взвеси в точке сброса (ТС), % от суммарного	Масса (M) фракции взвеси в контрольном створе (КС)	
				M, % от массы фракции в ТС	M, % от общей массы взвеси в ТС
1	1-0,5	9,59	4,0	–	–
2	0,50 – 0,25	4,42	5,0	–	–
3	0,25 – 0,10	1,38	14,0	0,0010	0,0001
4	0,10 – 0,05	0,32	19,0	37,65	7,154
5	0,05 – 0,01	0,05	19,0	88,89	16,89
6	0,01 – 0,005	0,003	20,0	99,33	19,87
7	< 0,005	0,0003	19,0	99,93	18,99
Σ			100,0	–	62,90

Таблица 9 – Концентрация загрязняющих веществ в водной среде в контрольном створе (точка II)

№ п/п	Показатель	Содержание в грунте, мг/кг	Концентрация в ТС грунта, мг/дм <sup>3</sup>	Концентрация в КС, мг/дм <sup>3</sup>	Рыбохозяйственная ПДК, мг/дм <sup>3</sup>	Примечание
1	Кадмий	0,10	0,00006	0,00001	0,01	в норме
2	Ртуть	0,06	0,00004	0,00000	0,0001	в норме
3	Свинец	3,25	0,00195	0,00017	0,01	в норме
4	Цинк	97,1	0,05826	0,00513	0,05	в норме
5	Медь	32,7	0,01962	0,00173	0,005	в норме
6	Железо	14050	8,432	0,7419	0,05	нет
7	Марганец	372	0,2232	0,01964	0,05	в норме
8	Хром	48,1	0,02886	0,00254	0,02	в норме
9	Нефтепродукты	295	0,1770	0,01557	0,05	в норме
10	Взвесь	–	600,0	35,96	0,75	нет

Характеристики зоны загрязнения в КС (точка II):

- максимальная концентрация взвеси – 36,0 мг/дм<sup>3</sup>;
- общее количество взвеси в % от исходного – 62,9;
- радиус зоны загрязнения по взвеси – 35,7÷39,5 м;
- площадь зоны загрязнения по взвеси – 4000÷4900 м<sup>2</sup>;
- кратность разбавления растворенных веществ – 11,4.

Содержание загрязняющих веществ в морской воде в норме за исключением железа (максимальная концентрация 0,74 мг/дм<sup>3</sup> при нормативе 0,05 мг/дм<sup>3</sup>) и взвеси (максимальная концентрация 36,0 мг/дм<sup>3</sup> при нормативе 0,75 мг/дм<sup>3</sup>). Радиус зоны загрязнения по железу – 32,0 м.

**в) Точка сброса III.**

Таблица 10 – Изменение концентрации взвеси после сброса грунта в точке III

Момент времени	Расстояние, м	Максимальная концентрация фракции взвеси (мг/дм <sup>3</sup> ) с различной гидравлической крупностью $u$ (см/с)					$\Sigma$
		$u=1,38$	$u=0,32$	$u=0,05$	$u=0,003$	$u=0,0003$	
0	0	84,0000	114,0000	114,0000	120,0000	114,0000	546,0000
5	45	63,2685	85,8644	85,8644	90,3835	85,8644	411,2451
10	90	42,6611	57,8994	57,8994	60,9467	57,8994	277,3060
15	135	31,4770	43,3085	43,3110	45,5906	43,3111	206,9982
20	180	22,3258	34,5054	34,5311	36,3496	34,5322	162,2441
25	225	13,8125	28,5944	28,6904	30,2045	28,6944	129,9962
30	270	7,1503	24,2968	24,5280	25,8294	24,5384	106,3429
35	315	3,2085	20,9829	21,4106	22,5580	21,4310	89,5910
40	360	1,2683	18,3136	18,9867	20,0201	19,0206	77,6093
45	405	0,4562	16,0975	17,0461	17,9943	17,0968	68,6909
50	450	0,1517	14,2180	15,4559	16,3398	15,5258	61,6913
55	495	0,0474	12,6014	14,1279	14,9632	14,2190	55,9589
60	540	0,0141	11,1970	13,0012	13,7999	13,1149	51,1270
65	585	0,0040	9,9688	12,0325	12,8038	12,1697	46,9789
70	630	0,0011	8,8897	11,1904	11,9414	11,3514	43,3740
75	675	0,0003	7,9382	10,4511	11,1873	10,6362	40,2131
80	720	0,0001	7,0971	9,7967	10,5225	10,0057	37,4220
85	765	0,0000	6,3521	9,2131	9,9318	9,4457	34,9427
90	810	0,0000	5,6911	8,6893	9,4036	8,9450	32,7290
95	855	0,0000	5,1038	8,2165	8,9284	8,4947	30,7433
100	900	0,0000	4,5812	7,7875	8,4986	8,0875	<b>28,9548</b>

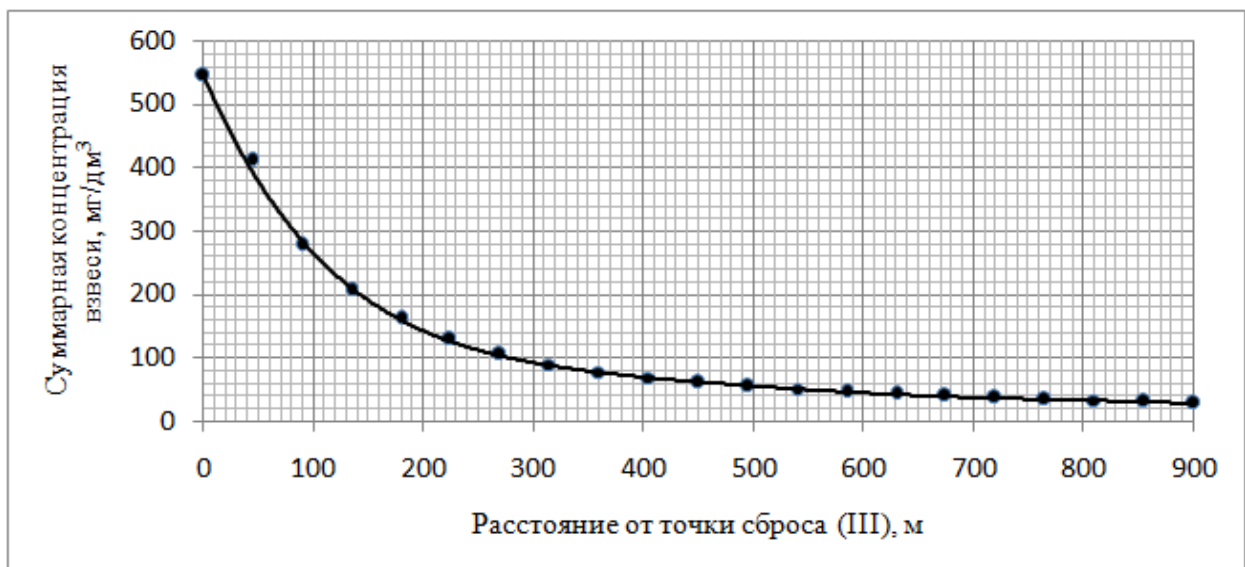


Рис. 4 – Изменение суммарной концентрации взвеси при сбросе в точке III

Таблица 11 – Расчет количества взвеси в контрольном створе (точка сброса III)

№ п/п	Фракция взвеси, мм	u, см/с	Содержание фракции взвеси в точке сброса (ТС), % от суммарного	Масса (M) фракции взвеси в контрольном створе (КС)	
				M, % от массы фракции в ТС	M, % от общей массы взвеси в ТС
1	1,0 – 0,5	9,59	4,0	–	–
2	0,50 – 0,25	4,42	5,0	–	–
3	0,25 – 0,10	1,38	14,0	–	–
4	0,10 – 0,05	0,32	19,0	33,18	6,304
5	0,05 – 0,01	0,05	19,0	88,11	16,74
6	0,01 – 0,005	0,003	20,0	99,28	19,86
7	< 0,005	0,0003	19,0	99,93	18,99
Σ			100,0	–	<b>61,89</b>

Таблица 12 – Концентрация загрязняющих веществ в водной среде в контрольном створе (точка III)

№ п/п	Показатель	Содержание в грунте, мг/кг	Концентрация в ТС грунта, мг/дм <sup>3</sup>	Концентрация в КС, мг/дм <sup>3</sup>	Рыбохозяйственная ПДК, мг/дм <sup>3</sup>	Примечание
1	Кадмий	0,10	0,00006	0,00000	0,01	в норме
2	Ртуть	0,06	0,00004	0,00000	0,0001	в норме
3	Свинец	3,25	0,00195	0,00014	0,01	в норме
4	Цинк	97,1	0,05826	0,00413	0,05	в норме
5	Медь	32,7	0,01962	0,00139	0,005	в норме
6	Железо	14050	8,432	0,5983	0,05	нет
7	Марганец	372	0,2232	0,01584	0,05	в норме
8	Хром	48,1	0,02886	0,00205	0,02	в норме
9	Нефтепродукты	295	0,1770	0,01256	0,05	в норме
10	Взвесь	–	600,0	28,95	0,75	нет

Характеристики зоны загрязнения в КС (точка III):

- максимальная концентрация взвеси – 29,0 мг/дм<sup>3</sup>;
- общее количество взвеси в % от исходного – 61,9;
- радиус зоны загрязнения по взвеси – 37,6÷41,4 м;
- площадь зоны загрязнения по взвеси – 4440÷5380 м<sup>2</sup>;
- кратность разбавления растворенных веществ – 14,1.

Содержание загрязняющих веществ в морской воде в норме за исключением железа (максимальная концентрация 0,60 мг/дм<sup>3</sup> при нормативе 0,05 мг/дм<sup>3</sup>) и взвеси (максимальная концентрация 29,0 мг/дм<sup>3</sup> при нормативе 0,75 мг/дм<sup>3</sup>). Радиус зоны загрязнения по железу – 33,8 м.

В табл. 13 сведены результаты расчетов по перспективным точкам дампинга грунтов.

Таблица 13 – Сводная таблица показателей зоны загрязнения в КС при сбросе грунта в перспективных точках I-III

Показатель	Значения показателя по точкам		
	I	II	III
Максимальная концентрация взвеси, мг/дм <sup>3</sup>	36,7	36,0	29,0
Общее количество взвеси в % от исходного	53,1	62,9	61,9
Радиус зоны загрязнения по взвеси (при нормативе 0,75 мг/дм <sup>3</sup> ), м	32,0÷35,8	35,7÷39,5	37,6÷41,4
Площадь зоны загрязнения по взвеси, м <sup>2</sup>	3220÷4020	4000÷4900	4440÷5380
Кратность разбавления растворенных веществ	9,19	11,4	14,1
Максимальная концентрация железа, мг/дм <sup>3</sup>	0,92	0,74	0,60
Радиус зоны загрязнения по железу, м	28,1÷31,9	30,1÷33,9	32,0÷35,7

Оценим теперь продолжительность существования («жизни») зоны загрязнения при сбросе грунта в перспективных точках. В табл. 14 приведены результаты расчета максимальной концентрации полидисперсной взвеси и радиуса зоны загрязнения (при нормативе 0,75 мг/дм<sup>3</sup>) в различные моменты времени после сброса грунта.

Таблица 14 – Максимальная концентрация и радиус зоны загрязнения в разные моменты времени после сброса грунта в перспективных точках

Время, мин.	Значения максимальной концентрации и радиус зоны загрязнения					
	Точка I		Точка II		Точка III	
	$C_{MAX}$ , мг/дм <sup>3</sup>	$r_3$ , м	$C_{MAX}$ , мг/дм <sup>3</sup>	$r_3$ , м	$C_{MAX}$ , мг/дм <sup>3</sup>	$r_3$ , м
0	456,00	5,64	456,00	5,64	456,00	5,64
20	245,95	16,93	123,71	22,57	132,09	22,57
40	141,44	20,69	64,697	30,10	69,963	28,22
60	96,198	24,45	42,710	33,86	46,556	33,86
80	71,641	26,34	31,371	37,62	34,390	37,62
100	56,452	30,10	24,521	41,38	26,993	39,50
140	38,952	31,98	16,755	45,15	18,539	45,15
200	26,038	37,62	11,100	50,79	12,317	48,91
400	11,759	45,15	4,9523	58,31	5,4934	58,31
600	7,3174	50,79	3,0784	62,08	3,4198	62,08
800	5,2023	54,55	2,1883	62,08	2,4367	63,96
1000	3,9901	56,43	1,6762	60,20	1,8690	62,08
1200	3,2155	56,43	1,3479	56,43	1,5030	60,20
1400	2,6824	58,31	1,1218	50,79	1,2499	56,43
1600	2,2951	58,31	0,9577	43,27	1,0656	48,91
1800	2,0016	56,43	0,8337	30,10	0,9263	41,38
1950	1,8245	56,43	0,7591	0,00	0,8425	31,98
2150	1,6297	56,43	0,6774	0,00	0,7508	0,00

На рис. 5 видно, что в течение первого часа после сброса грунта в точке III происходит резкое снижение концентрации полидисперсной взвеси (примерно в 10 раз). Дальнейшее снижение проходит намного медленнее: в 100 раз концентрация снижается примерно через 8 часов после сброса; снижение же до р/х норматива ( $0,75 \text{ мг/дм}^3$ ) наблюдается примерно через 36 часов после сброса (рис. 6).



Рис. 5 – Снижение концентрации полидисперсной взвеси во времени при сбросе грунта в точке III



Рис. 6 – Оценка времени «жизни» зоны загрязнения: точка I – мелкий пунктир; точка II – крупный пунктир; точка III – сплошная линия;  $\ln(0,75)$  – точечная линия

Аналогичная картина происходит при сбросе грунта в точке II (табл. 14; рис. 6): время «жизни» зоны загрязнения примерно 33 часа. При сбросе грунта в точке I это время гораздо больше 36 часов.

Худшие условия рассеивания взвеси в точке I видны и при анализе динамики радиуса ( $r_z$ ) зоны загрязнения (рис. 7): после сброса грунта в точках II и III через 33 – 36 часов радиус зоны загрязнения равен 0; при сбросе грунта в точке I через 36 часов  $r_z$  составляет примерно 56 м (табл. 14).

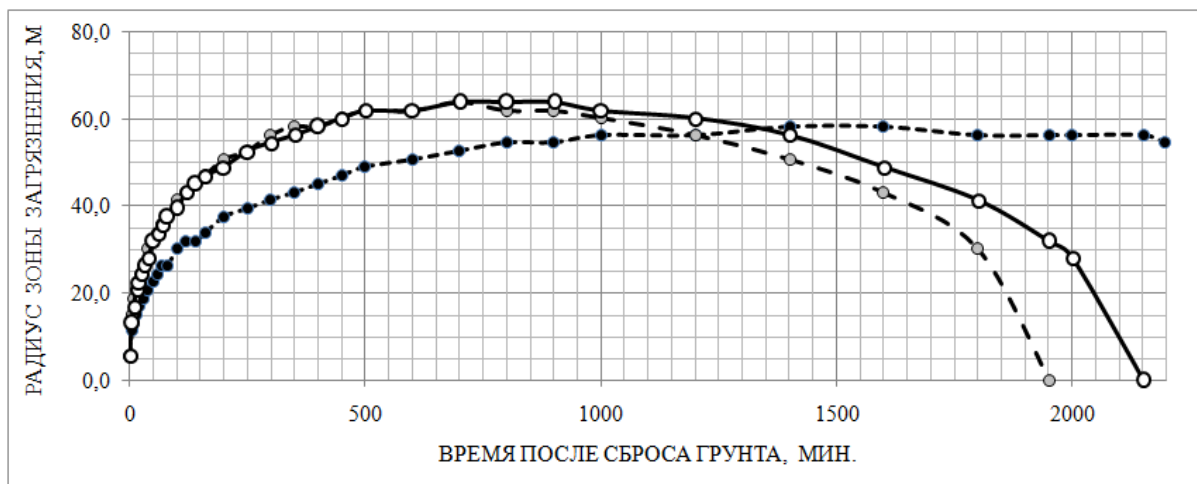


Рис. 7 – Изменение радиуса зоны загрязнения во времени: точка I – мелкий пунктир; точка II – крупный пунктир; точка III – сплошная линия

Таблица 15 – Количество взвеси в воде и осевшей на различном удалении от точки III в % от общего количества взвеси, попавшей в воду при сбросе

Расстояние, м	Содержание фракций, % от исходного количества							Общее количество в воде, %	Количество осевшей взвеси, %
	1,0–0,5	0,5–0,25	0,25–0,10	0,10–0,050	0,050–0,010	0,010–0,005	<0,005		
0	0,04	0,05	0,14	0,19	0,19	0,20	0,19	100,00	0,00
9	3,08	4,47	13,54	18,93	18,99	19,00	19,00	97,00	3,00
90	0,29	1,63	10,00	18,28	18,89	18,99	19,00	87,08	12,92
450	0,000	0,018	2,60	15,68	18,44	18,97	19,00	74,69	25,31
900	0,000	0,000	0,482	12,93	17,89	18,93	18,99	69,23	<b>30,77</b>
1800	0,000	0,000	0,017	8,80	16,85	18,86	18,99	63,52	36,48
3600	0,000	0,000	0,000	4,08	14,94	18,73	18,97	56,72	43,28
5400	0,000	0,000	0,000	1,89	13,25	18,59	18,96	52,70	47,30
7200	0,000	0,000	0,000	0,88	11,76	18,46	18,95	50,04	49,96
9000	0,000	0,000	0,000	0,41	10,43	18,33	18,93	48,09	51,91
13500	0,000	0,000	0,000	0,06	7,72	18,00	18,90	44,68	55,32
18000	0,000	0,000	0,000	0,01	5,72	17,68	18,86	42,27	57,73
22500	0,000	0,000	0,000	0,00	4,24	17,36	18,83	40,43	<b>59,57</b>

Количество взвеси, осевшей на дно в пределах 900 м участка, составит примерно 31% (в табл. 15 выделено полужирным шрифтом) от общего количества взвеси попавшей в водную среду при сбросе. Еще примерно 29% взвеси от этого количества будет рассеяно на участке длиной 22 км (табл. 15). Масштаб рассеяния остальных 40% взвеси будет еще большим. При этом среднее значение концентрации взвеси в зоне влияния будет незначительно превышать фон.

**Выводы.** Из трех рассматриваемых точек более предпочтительной является точка III, поскольку рассеяние загрязняющих веществ в ней лучше, чем в других

точках. На это указывают: наибольшая кратность разбавления в КС (14,1); меньшая максимальная концентрация взвеси ( $29,0 \text{ мг/дм}^3$ ) и железа ( $0,60 \text{ мг/дм}^3$ ); большие размеры зоны загрязнения.

Кроме того, взаимное расположение точки III и банки Анисимова (биологически более продуктивного участка по сравнению с окружающими участками дна (рис. 1)) таково, что в результате преимущественного переноса водных масс из Черного моря в Азовское море и наоборот, дампинг грунтов в точке III не будет влиять на банку Анисимова.

### Список литературы

1. Котеров В. Н. Моделирование переноса взвешенных веществ на океаническом шельфе. Горизонтальное рассеяние/В. Н. Котеров, Ю. С. Юрезанская //Журнал вычисл. матем. и матем. физ. – 2010. – Т. 50, № 2. – С. 375–387.
2. Бровченко И.А., Мадерич В.С. Трехмерная лагранжева модель переноса многофракционных наносов и ее применение к описанию гравитационных течений//Прикладная гидромеханика. – 2008. – с. 3-12.
3. Юрасов С.Н., Горун В.В. Математическая модель неустановившейся турбулентной диффузии взвеси в водном потоке//Метеорологія, кліматологія та гідрологія: Межвід. наук. збірник України / Голов. ред. С.М.Степаненко. – Одеса: Вид. «ТЕС», 2010. – Вип. 51. – с. 189-199.
4. Горун В.В., Юрасов С.Н. Оптимизация параметров математической модели неустановившейся турбулентной диффузии взвеси в водной среде // Вісник Одеського державного екологічного університету: Науковий журнал / Голов. ред. Є.Д.Гопченко. – Одеса: «Екологія», 2012. – Вип. 14. – с. 28-35.
5. Караушев А. В. Речная гидравлика. – Л.: Гидрометеиздат, 1969.– 461 с.
6. Методические основы оценки и регламентирования антропогенного влияния на качество поверхностных вод / Под ред. проф. Караушева А.В. – Л.: Гидрометеиздат, 1987.- 285 с.
7. Оценка влияния гидротехнических работ на состояние гидроэкосистемы Днепроовско-Бугской устьевой области (окончательный) Отчет ХГС НАНУ. Херсон 2003 г. 53 с.
8. Изучение влияния дноуглубительных работ и складирования грунта на кормовую базу рыб и ихтиофауну Днепроовско-Бугского лимана (окончательный) Отчет ХГС НАНУ. Херсон 2006 г. 40 с.

### **Практичне використання математичної моделі несталі турбулентної дифузії зависі у водному потоці (на прикладі порту Керч). Калиниченко В.И., Юрасов С.М. Горун В.В.**

У статті пропонується математична модель несталі турбулентної дифузії зависі у водному потоці, отримана при вирішенні диференціального рівняння методом кінцевих різниць. Приводяться рекомендації для виконання інженерних розрахунків і приклад використання пропонованої моделі при дампінге ґрунтів.

**Ключові слова:** математична модель, нестала турбулентна дифузія, дампінг ґрунтів

### **The practical use of mathematical model of unset turbulent diffusion of hanging matter up is in water-course (on an example of port Kerch). Kalinichenko V.I., Urasov S.N., Gorun V.V.**

In the article the mathematical model of the unset turbulent diffusion of hanging matter up is offered in a water-course, got at the decision of differential equalization the method of eventual differences. Recommendations over for implementation of engineering's calculations and example of the use of the offered model are brought at damping soils.

**Keywords:** mathematical model, unset turbulent diffusion, damping soils