

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ И ВОЛНОВОДОВ НА ИХ ОСНОВЕ В ДВУМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

*В статье описываются результаты двумерного численного моделирования распространения световых волн в прямых фотонно-кристаллических волноводах.*

**Ключевые слова:** алгоритм, граничные условия, мода, отражение, периодическая структура, плоская волна, спектр, сходимость, фотонная запрещенная зона, фотонный кристалл, фотонно-кристаллический волновод.

**Введение.** Ранее, ранее в работах [1,2,3] было показано, что для проведения численного моделирования процессов происходящих в фотонных кристаллах (ФК) и фотонно-кристаллических волноводах (ФКВ) на их основе при прохождении световых волн, наиболее целесообразным является метод конечных разностей во временной области. Следуя англоязычной научной литературе мы будем обозначать этот метод сокращением FDTD (finite-difference time-domain). При этом в качестве эффективных поглощающих граничных условий (ПГУ), позволяющих моделировать системы с существенным рассеянием излучения за собственные пределы, для ограничения численного пространства с одновременным сохранением открытости границ системы, были использованы специальные поглощающие граничные условия – анизотропные идеально согласующиеся слои (ИСС) или PML – perfect matched layer в англоязычных обозначениях. Было показано, что основная идея ИСС заключается в медленном градиентном изменении свойств некоторой искусственной среды вдоль определенного направления. Основываясь на этих положениях и было проведено двумерное численное моделирование ФКВ, позволяющее выделить закономерности при упрощенной схеме анализа. Результаты этого моделирования представлены в статье.

**Основная часть.** Будем полагать, что в случае двумерного моделирования распространение света происходит только в плоскости периодического рисунка. Типичный спектр пропускания ФКВ в широком частотном диапазоне изображен на рис.1. Коэффициент пропускания вычислялся путем нормирования выходного потока на световой поток через входной детектор. Для сравнения на этом же рисунке приводится спектр пропускания в том случае, когда выходной детектор смещен в сторону от канала и находится напротив бездефектной части кристалла. Хорошо заметен провал в пропускании в диапазоне нормированных частот  $0,23 \div 0,32$ , отвечающий фотонной запрещенной зоне (ФЗЗ). Частота здесь и далее дается в нормированных единицах  $\frac{\omega\Lambda}{2\pi c} = \Lambda/\lambda$ .

Следует сделать замечание по поводу превышения коэффициента пропускания  $T$  единицы в некоторых точках спектра. Это связано с особенностями возбуждения волн и размерами детекторов. Часть излучения от первичного источника, расположенного прямо напротив канала ФКВ, минует входной детектор, но за счет эффективной локализации при последующем распространении в узкой области вблизи канала, проходит через выходной детектор. Таким образом, на отдельных частотах в ФЗЗ наблюдается превышение энергии выходящей из канала над входящей в него.

Другой механизм для  $T > 1$  существует в низкочастотной области спектра. При достаточно большой длине волны излучение как бы перестает чувствовать наличие

отверстий, и система отвечает больше модели распространения света в однородной двумерной среде (или однородной пластинке в трехмерном случае).

Несмотря на наличие ИСС по бокам системы, излучение, падающее наклонно на поглощающие слои частично отражается, внося вклад в прохождение энергии через выходной детектор. Поэтому длинноволновые участки спектра не сильно меняются при смещении детектора от канала волновода. Чтобы убедиться, что никакого нарушения закона сохранения энергии не имеется, был сделан расчет спектра пропускания для такой же системы, но с увеличением размеров детекторов так, что они простираются в поперечном направлении от левого ИСС до правого. Спектры пропускания и отражения представлены на рис.2. Как видно, они отражают основные черты спектров рисунка 1, однако, хорошо заметна их дополнительность. Сумма коэффициентов пропускания и отражения не превышает единицу.

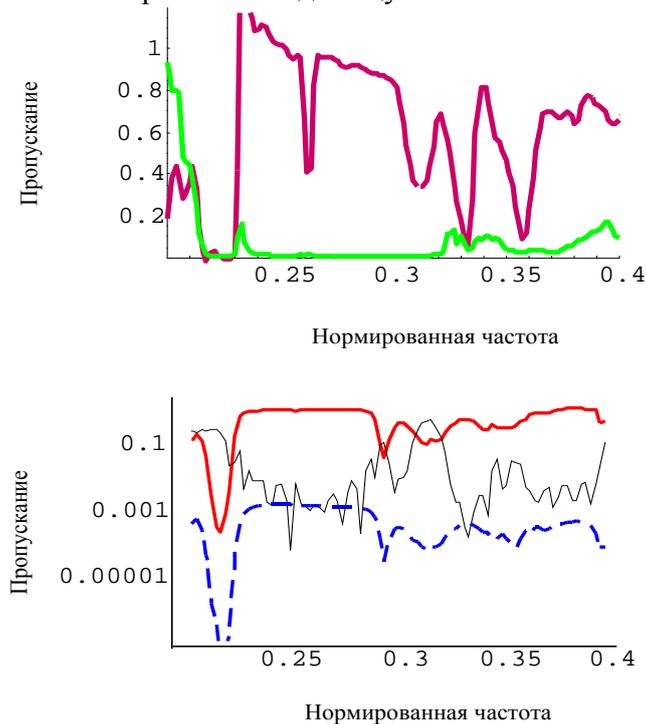


Рис.1 - Спектр пропускания ФКВ при двумерном моделировании. Спектр пропускания ФКВ при двумерном моделировании. На верхнем рисунке темная линия относится к пропусканию через детектор, находящийся в канале волновода, серая – при смещении детектора в сторону от канала. На нижнем рисунке спектр пропускания дается в логарифмическом масштабе. Толстая сплошная линия – пропускание волновода, тонкая – отражение от волновода, прерывистая – отражение от идеально-согласованного слоя.

Рассмотрим зависимость пропускания волновода в ДФК от длины. Исходя из модели потерь в двухмерных структурах, связанных с интенсивным рассеянием на частотах вблизи границ ФЗЗ и отсутствием вытекающих мод внутри ФЗЗ, можно предположить, что величина пропускания волновода на частоте дефектной моды от длины зависеть не должна. Это заключение в полной мере подтверждается расчетами для волноводов различной длины (рис.3). Аналогичная картина приведена в работе [4]. Следующий этап исследования ФКВ заключается в интерпретации спектра — сопоставлению пиков и провалов в пропускании определенным модам или их отсутствию. Для этого нам требуется знать зонную структуру соответствующего типа волновода. Как мы отмечали ранее, зонная структура обычно рассчитывается либо с помощью разложения по плоским волнам, либо FDTD методом. Типичный пример

зонной структуры для двумерного ФКВ в Г-К направлении приведен на рис.4. Волновой вектор здесь и далее даются в нормированных единицах -  $k\Lambda/2\pi$ .

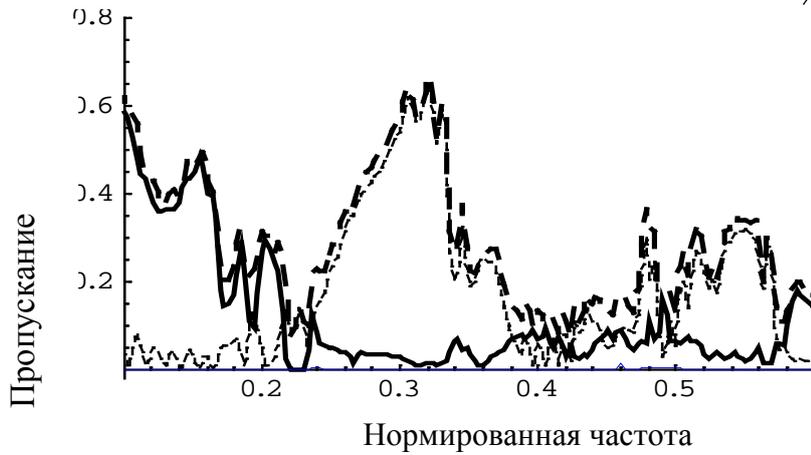


Рис.2 - Спектральные зависимости двумерного ФКВ при широких детекторах. Жирная линия – спектр отражения; тонкая линия – спектр пропускания; их сумма дается жирной прерывистой линией.

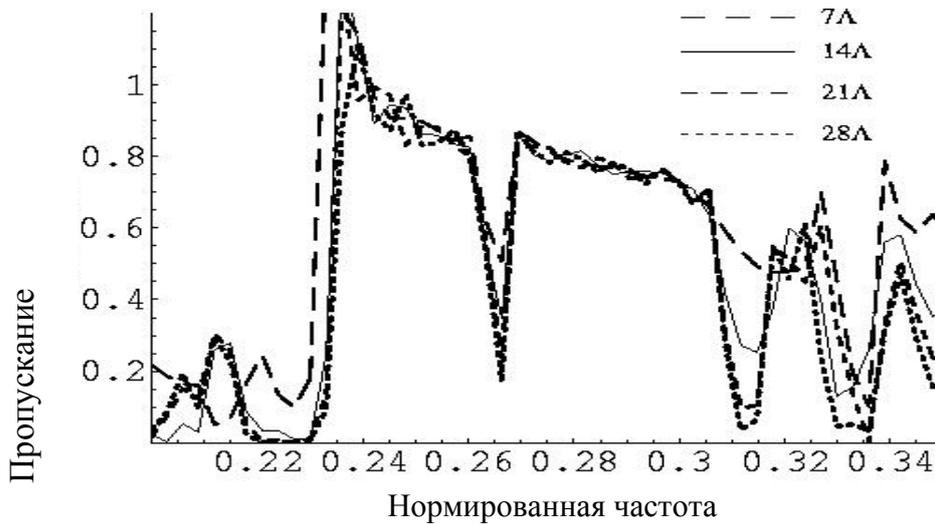


Рис.3 - Спектр пропускания двумерного ФКВ для нескольких значений его длины: 7Λ, 14Λ, 21Λ, 28Λ.

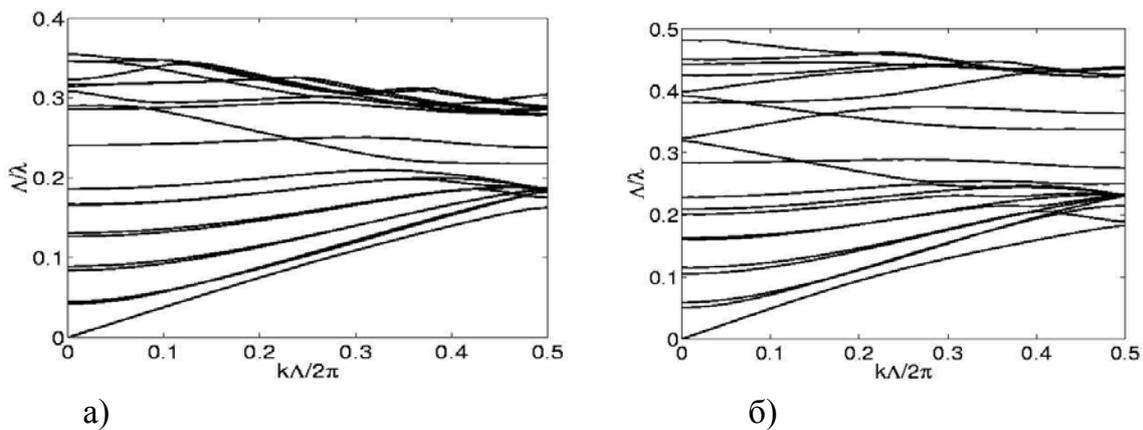


Рис.4 - Зонная структура двумерного ФКВ с тригональной решеткой.  
а) радиус отверстий  $R = 0,3\Lambda$ ; б) радиус отверстий  $R = 0,4\Lambda$

Кристаллы на рисунках отличаются только размером отверстий: на рис.4а радиус отверстий  $R = 0,3\Lambda$ , а на рис.4б  $R = 0,4\Lambda$ . При увеличении фактора заполнения отверстиями площади кристалла эффективный показатель преломления уменьшается, при этом согласно монографии [6], положение зоны сдвигается в область более высоких частот, а сама зона расширяется. Положение ФЗЗ для первого случая:  $0,22 \div 0,28$ , а для второго соответственно  $0,25 \div 0,38$ .

Вследствие этого увеличивается число дефектных мод в области волноводного канала. На рис.4.а в ФЗЗ существуют только две волноводные моды, в то время как на рис.4.б их уже 5, хотя две из них представляют два участка одной фундаментальной моды, завернутой на границе зоны Бриллюэна по условию периодичности. Моды имеют разную симметрию относительно оси канала. Они могут быть симметричными или антисимметричными (четными и нечетными). Из-за идеальности расчетной структуры, возможно взаимодействие мод только одинаковой четности. Такое взаимодействие приводит к образованию локальных мини стоп-зон внутри ФЗЗ, исследованных в [7].

Полезно провести сопоставление спектров пропускания двумерного ФКВ, рассчитанных по нашей версии FDTD (рис.5 и рис.6) и приводимых в статье [5]. Стоп-зонам соответствуют явно выраженные провалы в спектрах пропускания, заметные как в графиках работы [5], так и на рис.5 и рис.6. Так как на остальных участках спектров в области ФЗЗ существует по крайней мере одна дефектная мода (см. рис.4), пропускание ФКВ в этой области весьма велико.

Спектры практически совпадают за исключением наличия дополнительных небольших провалов в нашем случае (например, на частотах 0,25 на Рис.5и 0,28 на рис.6). Эти провалы (см. рис.4.а,б) в точности соответствуют частотам пересечения (или антипересечения – если учесть, эффект заворачивания мод вследствие периодичности граничных условий, ограничивающих систему) мод различной четности. Как отмечалось выше, такое взаимодействие невозможно в идеально симметричной системе. Следовательно, в рассматриваемом численном пространстве снимается симметричное вырождение. Это результат использования несимметричных конечных разностей при аппроксимации пространственных производных. При этом ввиду смещения электрических полей на один шаг вперед по пространственной решетке положение волноведущего канала оказывается несимметричным.

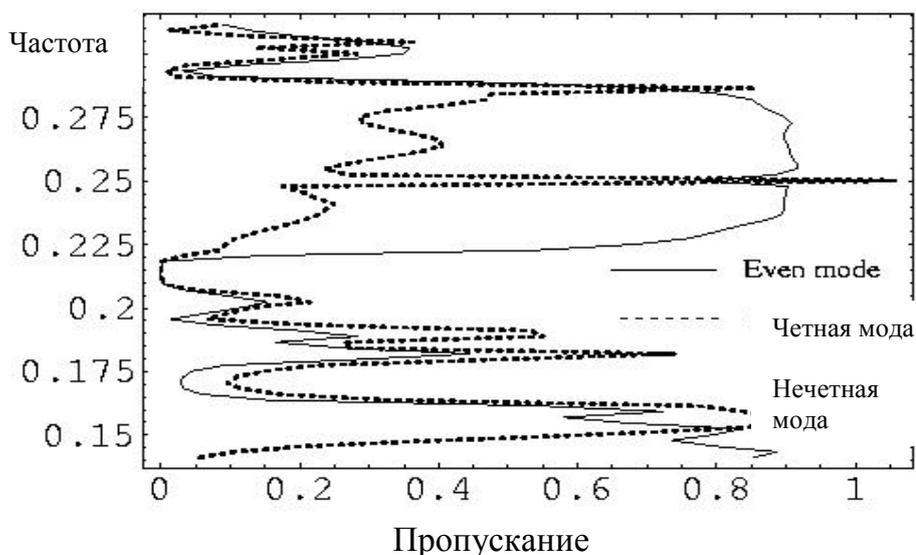


Рис.5 - Спектр пропускания двумерного ФКВ. Радиус отверстий  $R = 0,3\Lambda$

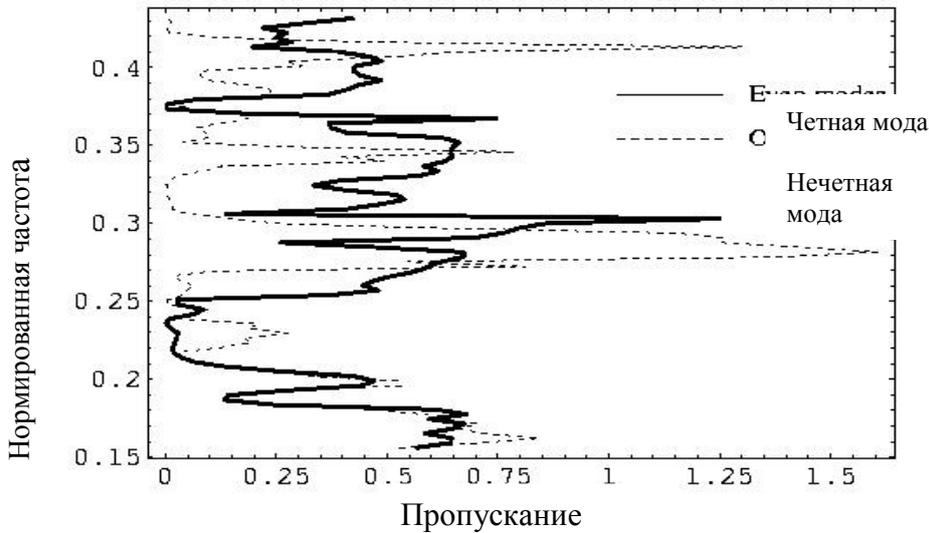


Рис.6 - Спектр пропускания двумерного ФКВ. Радиус отверстий  $R = 0,4\Lambda$

Этот численный артефакт не возникает в схеме с симметричными конечными разностями по пространственным координатам, например, в алгоритме, представленном в работе [5]. В нашем случае от него можно избавиться за счет уменьшения шага сетки. Для доказательства на рис.7 приведены спектры пропускания для одной и той же волноведущей структуры (двумерный ФКВ с отверстиями радиусом  $R = 0,3\Lambda$ ) при последовательном увеличении пространственного разрешения:  $\Lambda/16$ ,  $\Lambda/32$ ,  $\Lambda/48$ , т.е. 16, 32 и 48 узлов сетки на один период решетки. Влияние разнородных диэлектриков минимизируется, что проявляется в заметном уменьшении провала на частоте 0,25. Для другого примера двумерного ФКВ ( $R = 0,4\Lambda$ ) пропускание в логарифмическом масштабе при различных пространственных разрешениях дано на рис.8.

Если говорить о том, насколько хорошо тот или иной способ описывает реальный эксперимент, то следует отметить, что, на наш взгляд, технологические погрешности могут снимать вырождение по четности. Так же следует учесть, что увеличение пространственного разрешения в 2 раза приводит к росту размеров численного пространства в 8 раз с пропорциональным ростом времени счета и затрат памяти.

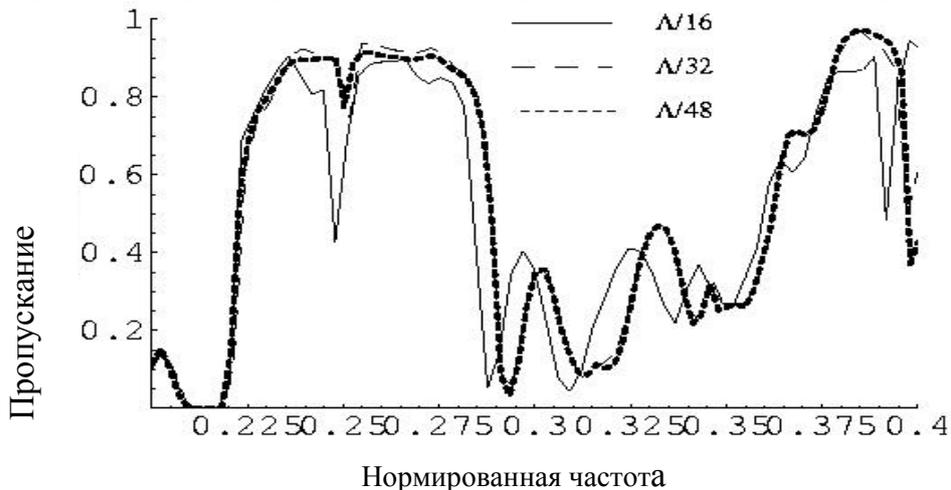


Рис.7 - Спектр пропускания двумерного ФКВ при различном шаге численной сетки. Радиус отверстий  $R = 0,3\Lambda$ .

Следующий шаг в расшифровке спектров пропускания был сделан, используя источники возбуждения различной исходной четности. Исходный источник

представлял собой участок фронта плоской волны, имеющей вдоль оси распространения форму гауссова импульса. Таким образом, это был изначально четный источник. Если добавить в выражение для поля исходной волны нечетную функцию типа  $\sin kx$  то спектр пропускания измениться. Теперь, в первую очередь, возбуждаться будут нечетные моды (см. графики на рис.5 и рис.6).

Для удобства интерпретации мы расположим спектр пропускания волновода в инвертированных координатах (по оси абсцисс – пропускание, а по оси ординат – частоты) рядом с его модовой структурой. На рис.9 такое сравнительное размещение сделано для ФК с отверстиями радиуса  $R = 0,3\Lambda$ . Из рисунка хорошо заметно детальное соответствие провалов спектра и мини стоп-зон. На рис.7 подобная композиция выглядит более запутанной из-за многообразия мод и их взаимодействия, однако соответствие положения мод и спектральной плотности пропускания также имеет место. Поэтому можно сделать вывод о зависимости пропускания от симметрии источника возбуждения в случае высокосимметричной структуры, в нашем случае – прямой волновод в двумерной системе.

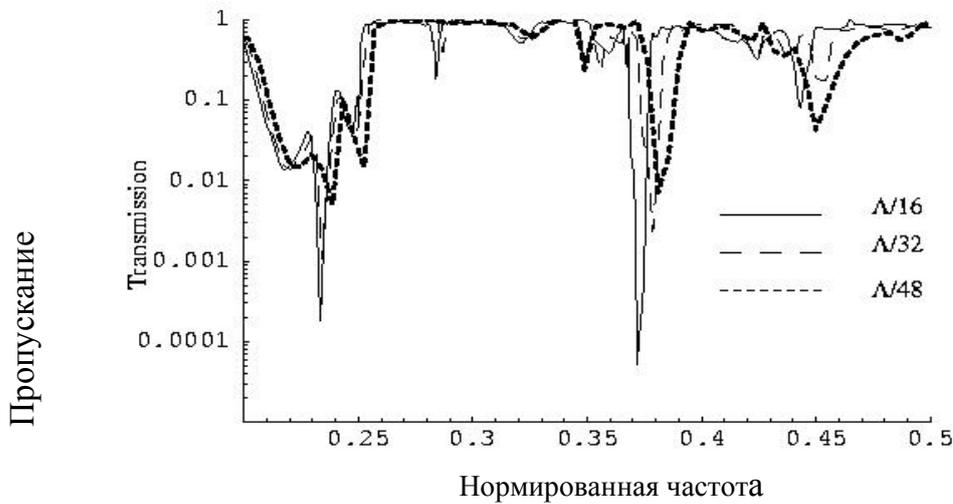


Рис. 8 - Спектр пропускания (в логарифмическом масштабе) двумерного ФКВ при различном шаге численной сетки. Радиус отверстий  $R = 0,4\Lambda$ .

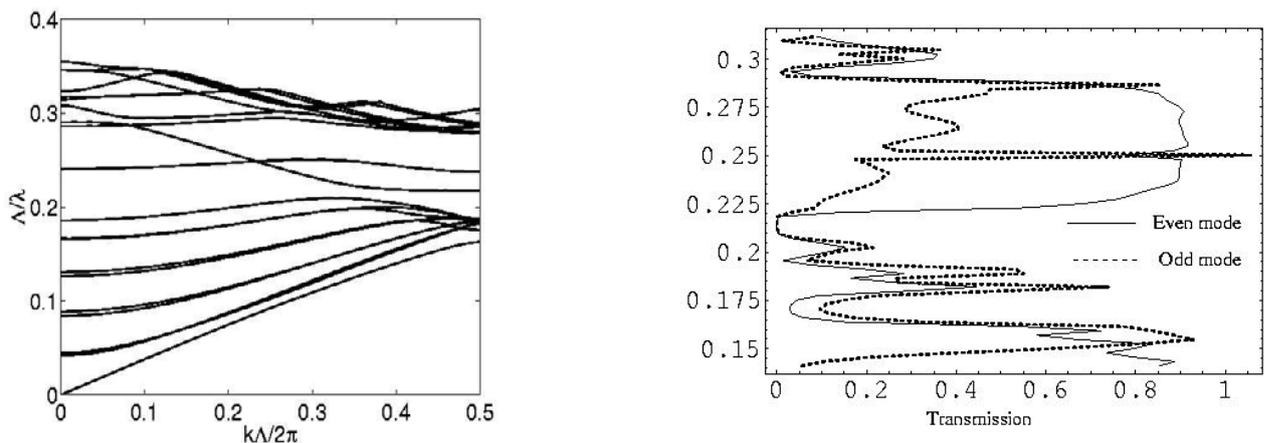


Рис. 9 - Сравнение модовой структуры двумерного ФКВ и спектра пропускания в случае четного или нечетного источника падающего света.

**Выводы.** С помощью FDTD метода проведено численное моделирование оптических свойств волноведущих структур на основе двумерных фотонных кристаллов. Моделирование осуществлялось по упрощенной схеме в двумерном

пространстве. Результаты сравнивались с имеющимися в литературе. Совпадение результатов свидетельствует о достоверности данных рассчитываемых нашим FDTD кодом. Показано, что моделирование в двумерном пространстве может описывать закономерности пропускания ФКВ, однако точное количественное описание оптических явлений в ФК требует трехмерных векторных расчетов. Установлены соответствия зонной структуры ФКВ и спектров пропускания-отражения. Показана зависимость пропускания света от четности источника.

### Список литературы

1. Лавриненко А.В., Лавриненко Ю.В., Черненко Д.С. Выбор численных методов для моделирования волноводов на фотонных кристаллах. Сб. Трудов ОДЭКУ, Вып.11 - 2011.
2. Лавриненко А.В., Лавриненко Ю.В. Выбор граничных условий для построения моделей фотонно-кристаллических волноводов. Сб. Трудов ОДЭКУ, Вып.16 - 2013.
3. Лавриненко А.В., Лавриненко Ю.В. Построение анизотропного идеально согласующегося граничного слоя во временной области. Сб. Трудов ОДЭКУ, Вып.17 – 2014.
4. Agio M., Lidorikis E., Soukoulis C.M. Impurity modes in a two-dimensional photonic crystal: coupling efficiency and factor//J.Opt.Soc.Amer.B.-2000.-V.17, No. 12.- P.2037 -2042.
5. Agio M., Soukoulis C.M. Ministop bands in single-defect photonic crystal waveguides//Phys.Rev.E.-2001.-V.64, No.5.-P.055603/1-055603/4.
6. Joannopoulos J. D., Meade R.D., Winn J.N. Photonic Crystals: Molding the flow of light, Princeton Univ. Press 1995.
7. S.Olivier, M.Rattier, H.Benisty. Mini-stopbands of a one-dimensional system: The channel waveguide in a two -dimensional photonic crystal // Phys. Rev. B.- 2001 .- V.63, No.11.- P.113311/1-113311/4.

**Моделювання оптичних властивостей фотонних кристалів і хвилеводів на їх основі в двохмірному просторі. Лавриненко А.В., Лавриненко Ю.В.**

*Стаття присвячена результатам численого моделювання процесів які відбуваються в фотонних кристалах при проходженні через них плоских світлових хвиль.*

**Ключові слова:** алгоритм, граничные условия, мода, отражение, периодическая структура, плоская волна, спектр, сходимость, фотонная запрещенная зона, фотонный кристал, фотонно-кристаллический хвилевод.

**Two-dimensional modeling of optical properties photonic crystal and waveguide.**

**Lavrinenko A.V., Lavrinenko Y.V.**

*The paper describes two-dimensional numerical modeling of light wave propagation in straight photonic crystals waveguides.*

**Keywords:** algorithm, boundary conditions, mode, reflection, periodic structure, plane wave, spectrum, convergence, photonic bandgap, photonic crystal, photonic crystal waveguide.