

PACS: 72.25.Pn, 75.30.Wx, 75.76.+j, 85.75.-d

Ю.А.Кругляк, д.х.н.

Одесский государственный экологический университет

### НАЧАЛА СПИНТРОНИКИ В КОНЦЕПЦИИ «СНИЗУ – ВВЕРХ»

*В рамках концепции «снизу – вверх» нанoeлектроники рассматриваются ключевые вопросы спинтроники – спиновый вентиль, граничное сопротивление при несовпадении мод проводимости, спиновые потенциалы и разность нелокальных спин-потенциалов, спиновый момент и его транспорт, уравнение Ландау – Лифшица – Гильберта, на его основе дается ответ на вопрос почему у магнита есть выделенная ось, обсуждаются обращение намагниченности спиновым током, поляризаторы и анализаторы спинового тока, а также рассматриваются уравнения диффузии для баллистического транспорта и токи в режиме неравновесных потенциалов.*

**Ключевые слова:** *нанofизика, нанoeлектроника, молекулярная электроника, снизу-вверх, спинтроника, спиновый вентиль, спиновый потенциал, спиновый момент, спиновый транспорт, спиновый ток, намагниченность, поляризатор, анализатор, уравнение диффузии, баллистический транспорт.*

**Введение.** В продолжение предыдущих публикаций [1, 2] в рамках концепции «снизу – вверх» нанoeлектроники [3] рассмотрим такие ключевые вопросы спинтроники как спиновый вентиль, граничное сопротивление при несовпадении мод проводимости, спиновые потенциалы и разность нелокальных спин-потенциалов, спиновый момент и его транспорт, уравнение Ландау – Лифшица – Гильберта, на его основе ответим на вопрос почему у магнита есть выделенная ось, рассмотрим обращение намагниченности спиновым током, поляризаторы и анализаторы спинового тока. Рассмотрим также уравнения диффузии для баллистического транспорта, токов в режиме неравновесных потенциалов и выведем формулу для сопротивления на границе контакта двух проводников с разным числом мод – вопросов, актуальных для спинтроники.

Электроника второй половины XX века основывалась на транспорте заряда электронов и управления им электрическими и магнитными полями (зарядовая электроника). В конце века началось бурное развитие нового направления, основанного на том, что электроны имеют не только электрический заряд, но и спин и связанный с ним магнитный момент. Это направление получило название спиновой электроники или спинтроники (*spin-transport electronics*).

Среди работ, предвосхитивших развитие спинтроники, отметим пионерские исследования М.И.Дьяконова и В.И.Переля, показавших возможность ориентации спинов при протекании тока [4], М.Жюльера по туннельному магнитосопротивлению [5], А.Г.Аронова и Г.Е.Пикуса по спиновой инжекции в полупроводниках [6]. И поныне, 40 лет спустя, исследования в области спинтроники ведутся в области этих трех открытых эффектов – инжекции в магнитных переходах носителей с определенным направлением спина, переключения таких переходов спин-поляризованным током и гигантского магнитосопротивления.

Началом современного этапа исследований в области спинтроники принято считать работы [7, 8], в которых было экспериментально показано, что электронный ток в ферромагнитном металле поляризован по спине и было открыто явление гигантского магнитосопротивления. Поляризация тока открыла возможность управления транспортом спинов в ферромагнитных структурах с помощью магнитных полей. В 2007 году Альберт Ферг и Петер Грюнберг были удостоены Нобелевской премии по физике за открытие гигантского магнитосопротивления.

Основным объектом исследований в спинтронике и поныне остается спиновый вентиль (*spin valve*). В простейшем случае он состоит из двух токонесящих ферромагнитных (ФМ)

контактов, разделенных достаточно тонким каналом транспорта электронов (спейсер / spacer). Спейсер может быть металлическим, но не магнитным, может быть диэлектриком, его роль могут играть отдельные молекулы, кластеры и любые наноразмерные структуры. Перенос электронов по спейсеру обычно баллистический или туннельный. Один из ферромагнитных контактов (он именуется свободным / free) характеризуется малой энергией анизотропии и легко меняет направление своей намагниченности под действием внешнего магнитного поля соответствующей ориентации. Другой ферромагнитный контакт (его называют закрепленным / pinned) характеризуется существенно большей энергией анизотропии и требует существенно более сильных полей для изменения своей намагниченности. Сильная анизотропия закрепленного контакта может быть природно присущей ему или же наведенной в процессе изготовления.

Для спинового вентиля характерна сильная зависимость электрического сопротивления спейсера при протекании тока между магнитными контактами от взаимной ориентации намагниченности контактов: при параллельной ориентации ( $P$ ) сопротивление значительно меньше, чем при антипараллельной ориентации ( $AP$ )

$$R_P < R_{AP}. \quad (1)$$

Поскольку ориентация намагниченности свободного ферромагнитного контакта может меняться под действием внешнего магнитного поля, то это приводит к сильной зависимости сопротивления проводника между контактами от приложенного магнитного поля.

Понять экспериментально наблюдаемое неравенство сопротивлений (1) качественно можно на основе двухканальной модели Мотта [9, 10], в которой перенос мажоритарных электронов (направление спина параллельно намагниченности) и миноритарных электронов (направление спина антипараллельно намагниченности) условно осуществляется по двум независимым спиновым подзонам (рис. 1) в условиях отсутствия спин-флип рассеяния (to flip – переворачивать), к рассмотрению которого вернемся позже. Электрон из определенной подзоны одного контакта может туннелировать только в такую же подзону другого контакта. Если намагниченность контактов параллельна, то вероятность такого туннелирования будет намного больше, а электрическое сопротивление будет соответственно меньше, чем в случае антипараллельной намагниченности контактов [11]. Рассмотрим ситуацию подробнее.

Количественную оценку неравенства (1) можно получить в модели, согласно которой спиновая подзона имеет различное граничное сопротивление с контактом в зависимости от того, речь идет о переносе спинов параллельных (мажоритарных спинов) или антипараллельных (миноритарных спинов) намагниченности контактов. Граничное сопротивление для мажоритарных спинов меньше, чем для миноритарных ( $r < R$ ). Соответствующие эквивалентные схемы сопротивления показаны на рис. 1. Полноты ради, учтено также сопротивление каналов подзон  $R_{ch}$ .

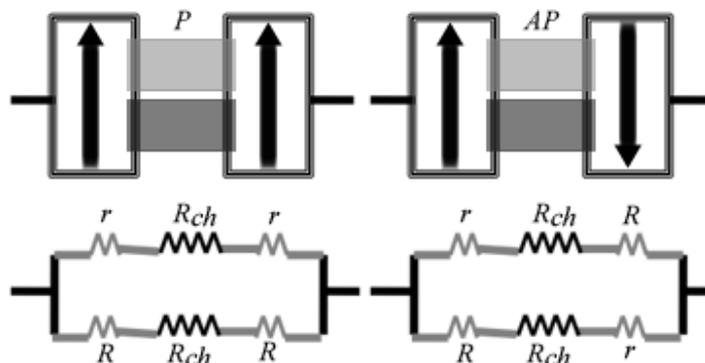


Рис. 1 – Параллельная и антипараллельная ориентации намагниченности контактов спинового вентиля и соответствующие эквивалентные схемы сопротивления для мажоритарных (слева) и миноритарных (справа) носителей заряда. Канал транспорта электронов условно разбит на две спиновых подзоны – для электронов со спином «вверх» ( $up$ ) подзона закрашена светлосерым, а со спином «вниз» ( $dn$ ) – темносерым цветом.

Из элементарной теории электрических цепей следует, что для параллельной ориентации намагниченности контактов

$$R_p = \left( \frac{1}{2r + R_{ch}} + \frac{1}{2R + R_{ch}} \right)^{-1} = \frac{(2r + R_{ch})(2R + R_{ch})}{2(R + r + R_{ch})}, \quad (2)$$

а для антипараллельной ориентации

$$R_{AP} = \frac{r + R + R_{ch}}{2}. \quad (3)$$

Качество спинового вентиля определяется различием между  $R_p$  и  $R_{AP}$ . Можно ожидать, что качество вентиля будет выше, если сопротивлением канала можно пренебречь ( $R_{ch} \ll r, R$ ), так что качество вентиля определяется лишь граничными сопротивлениями. Тогда

$$R_p = \frac{2rR}{r + R} \quad (4)$$

и

$$R_{AP} = \frac{r + R}{2}, \quad (5)$$

откуда сразу следует неравенство (1), стоит лишь в (4) и (5) большее сопротивление  $R$  устремить к бесконечности.

В пределе  $R_{ch} \rightarrow 0$  получим максимально возможное значение магнитосопротивления (МС)

$$MR \equiv \frac{R_{AP} - R_p}{R_p} = \frac{R_{AP}}{R_p} - 1 = \frac{(r + R)^2}{4rR} = \frac{\left(\frac{R-r}{R+r}\right)^2}{1 - \left(\frac{R-r}{R+r}\right)^2}, \quad (6)$$

если  $R_{ch} = 0$ .

Поляризация ФМ контакта определяется как

$$P \equiv \frac{R - r}{R + r} \quad (7)$$

и является мерой его эффективности, так что магнитосопротивление

$$MR = \frac{P^2}{1 - P^2}, \quad (8)$$

если  $R_{ch} = 0$ .

Зависимость МС от сопротивления канала  $R_{ch}$  показана на рис. 2. Обращает на себя внимание быстрое зануление МС с ростом нормированного сопротивления канала, начиная, скажем, со значения, равного пяти.

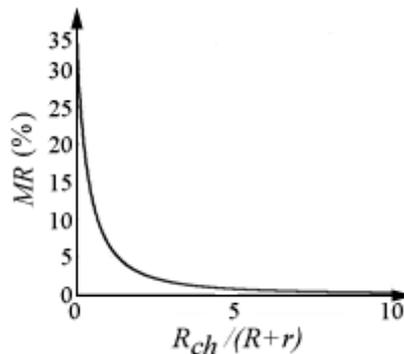


Рис. 2 – Падение МС с ростом нормированного сопротивления канала при поляризации  $P = 0.5$ .

Выражение (8) для МС справедливо для металлических немагнитных проводников. В этом случае сопротивление двух последовательно соединенных сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  равно сумме этих сопротивлений  $R_1 + R_2$ . Если же проводником является диэлектрик, то имеет место магнитный туннельный переход (МТП), а сопротивление двух последовательно соединенных сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  пропорционально произведению этих сопротивлений  $KR_1 \cdot R_2$ , что следует из физики туннельных проводников, так что для параллельной Р ориентации намагниченностей контактов имеем

$$R_P = \frac{Kr^2 R^2}{r^2 + R^2}, \quad (9)$$

а для антипараллельной АР

$$R_{AP} = \frac{KrR}{2}, \quad (10)$$

так что

$$\frac{R_{AP}}{R_P} = \frac{r^2 + R^2}{2rR} = \frac{(R+r)^2 + (R-r)^2}{(R+r)^2 - (R-r)^2} = \frac{1+P^2}{1-P^2}, \quad (11)$$

а магнитосопротивление МТП

$$MR = \frac{2P^2}{1-P^2} \quad (12)$$

отличается двойкой от МС металлического проводника (8).

**Граничное сопротивление и несовпадение мод проводимости.** Поначалу в спиновых вентилях использовались металлические спейсеры, например, медные. Оказалось, однако, что во многих приложениях лучше себя показывают непроводящие оксиды в режиме МТП, обеспечивая более высокие значения МС. Попытки использовать полупроводниковые спейсеры были неудачными приблизительно до 2000 года, когда стало ясно, что причина неудач кроется в высоких значениях  $R_{ch}$  сравнительно с суммой  $(r + R)$ , приводящих к низким значениям МС [12, 13]. Выход был найден в увеличении граничных сопротивлений за счет дополнительных барьерных слоев на границах с контактами (рис. 3). Сейчас это стандартная процедура при работе с полупроводниковыми каналами. Как же это работает?

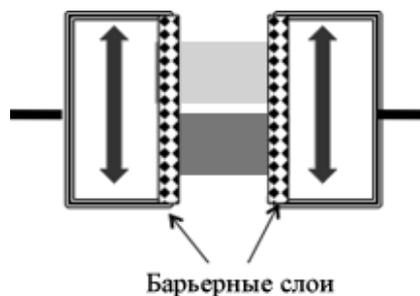


Рис. 3 – Дополнительные барьерные слои с целью увеличить граничные сопротивления при инжекции спинов в полупроводниковый канал проводимости.

Стандартное объяснение очевидно. Барьерные слои увеличивают граничные сопротивления  $r$  и  $R$ , уменьшая тем самым отношение  $R_{ch} / (r + R)$  и увеличивая МС (рис. 2). Однако, если бы дело было только в этом, то можно было бы уменьшить толщину спейсера настолько, чтобы перейти в баллистический режим транспорта ( $L \ll \lambda$ ). Эта идея не нашла, однако, экспериментального подтверждения.

Число мод  $M(E)$  или же плотность состояний  $D(E)$  в обычном канале проводимости и в спейсере спинового клапана схематически показаны на рис. 4. В обычном канале обе спиновые подзоны одинаковы. В спиновом же вентиле полоса миноритарных спинов обычно сдвинута вверх по энергии, в результате чего число мод в районе  $E = \mu_0$  меньше для миноритарных спинов ( $M_{dn}$ ), чем для мажоритарных ( $M_{up}$ ). Чему будут равны граничные сопротивления?

Забегая вперед, далее будет показано (Приложение 2), что сопротивление  $R_{int}$  на границе контакта двух проводников с разным числом мод ( $M_1 > M_2$ )

$$R_{int} = \frac{h}{2q^2} \left( \frac{1}{M_2} - \frac{1}{M_1} \right). \quad (13)$$

Если  $M_1 \gg M_2$ , то

$$R_{int} = \frac{h}{2q^2 M_2}, \quad (14)$$

что отвечает «хорошему контакту» ( $M_1 > M_2$ ).

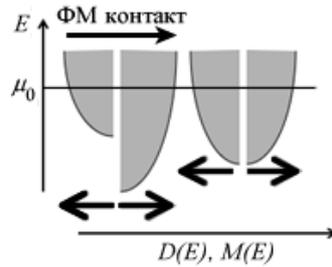


Рис. 4 – Спиновые подзоны в обычном канале проводимости (справа) и в спиновом вентиле (слева).

Число мод  $M$  в канале металлического проводника обычно имеет промежуточное значение (рис. 5), в идеале же

$$M_{up} \gg M \gg M_{dn}, \quad (15)$$

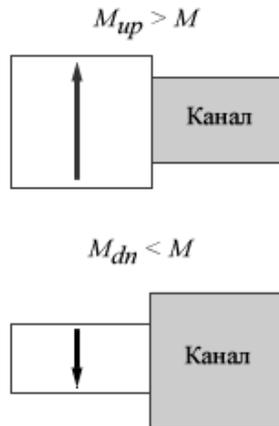


Рис. 5 – Металлический спейсер между двумя ФМ контактами.

так что ФМ контакт «хорош» для мажоритарных спинов, но не для миноритарных:

$$r = \frac{h}{2q^2} \left( \frac{1}{M} - \frac{1}{M_{up}} \right) \approx \frac{h}{2q^2 M} \quad (16)$$

$$R = \frac{h}{2q^2} \left( \frac{1}{M_{dn}} - \frac{1}{M} \right) \approx \frac{h}{2q^2 M_{dn}}$$

Число же мод  $M$  в полупроводящем канале (рис. 6) обычно меньше числа мод в обоих ФМ контактах

$$M_{up} > M_{dn} \gg M, \quad (17)$$

так что

$$r = R = \frac{h}{q^2 M} \quad (18)$$

и поляризация  $P$  нулевая.

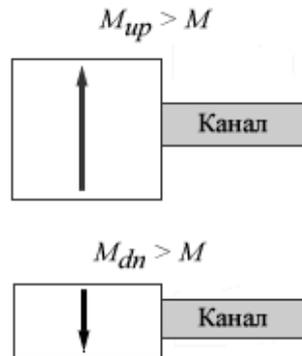


Рис. 6 – Полупроводящий спейсер между двумя ФМ контактами.

Другими словами, проблема инжекции спинов в полупроводящий канал не только вызвана высоким сопротивлением канала  $R_{ch}$ , которое можно было бы уменьшить в режиме баллистического транспорта, но и тем, что теряется различие между граничными сопротивлениями  $R$  и  $r$  для обоих спинов. Скажем, если канал имеет 10 мод проводимости, то ему безразлично имеет ли ФМ контакт 100 мод (миноритарные спины) или 1000 мод (мажоритарные спины). И в том и в другом случае недостатка электронов в канале не будет.

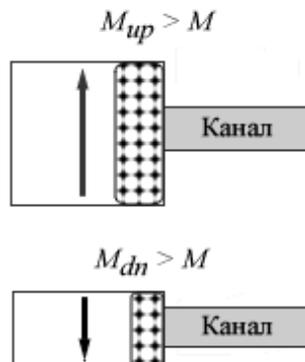


Рис. 7 – Барьеры на границе ФМ контактов и канала проводимости.

При наличии барьеров на границе ФМ контакта и полупроводящего канала (рис. 7) граничное сопротивление уже не дается формулой (13), а полагают, что оно пропорционально произведению плотности состояний, а стало быть и числа мод на обеих сторонах туннельного барьера так что

$$r = K \cdot M_{up} M, R = K \cdot M_{dn} M \quad (19)$$

с константой пропорциональности  $K$ . Теперь поляризация  $P$  не зависит от числа мод в канале

$$P = \frac{M_{up} - M_{dn}}{M_{up} + M_{dn}} \quad (20)$$

и ей можно придать нужное численное значение. Граничные сопротивления теперь, конечно, больше по сравнению с омическим сопротивлением (13).

Осталось объяснить происхождение формулы (13) для граничного сопротивления  $R_{int}$ . Для этого, однако, нам нужно рассмотреть диффузионное уравнение для баллистического транспорта (Приложение 1), а затем, опираясь на результаты в Приложении 1, вывести формулу для граничного сопротивления (Приложение 2).

**Спиновые потенциалы.** Различие в граничном сопротивлении между магнитным контактом и спиновыми подзвонами для спинов вверх ( $up$ ) и вниз ( $dn$ ) позволяет ввести

понятие о спиновых потенциалах  $\mu_{up}$  и  $\mu_{dn}$  внутри немагнитного проводника. Различие между ними вначале было экспериментально обнаружено на металлах, а затем и на полупроводниках.

Концепцию спинового потенциала продемонстрируем на простой структуре с одним магнитным контактом (рис. 8а). Если не учитывать спины, профиль электрохимического потенциала качественно выглядел бы как на рис. 8б. Количественное решение дают уравнения диффузии (A1.1) и непрерывности (A1.10) с соответствующими граничными условиями для  $\mu(z)$  на контактах (Приложение 1). Поскольку граничные сопротивления между магнитным контактом и спиновыми подзонами проводника различны, следует ожидать различное падение электрохимических потенциалов на границе между контактом и спиновыми подзонами, и при решении соответствующих уравнений диффузии профили электрохимических потенциалов для спинов  $up$  и  $dn$  будут различны, как это качественно показано на рис. 8в.

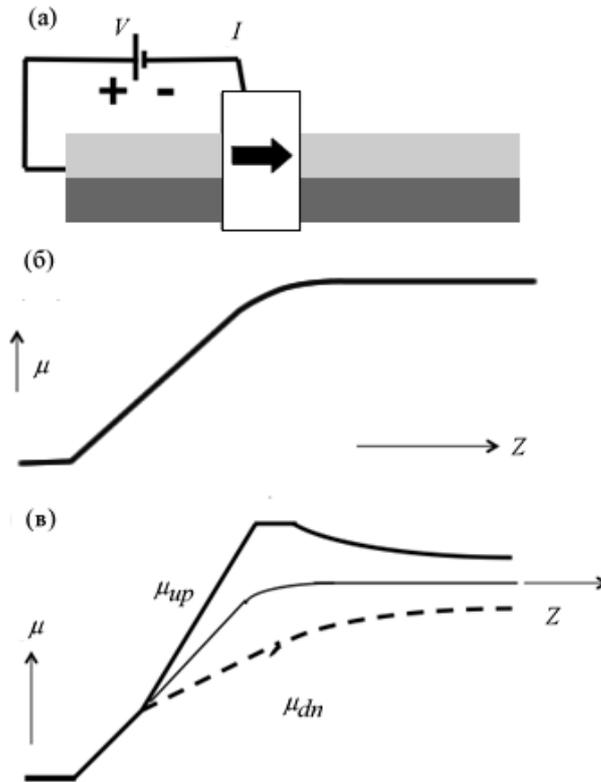


Рис. 8 – Сепарирование спиновых потенциалов  $\mu_{up}$  и  $\mu_{dn}$  в канале с использованием магнитного контакта (качественная картина).

Электрохимические потенциалы для двух спинов сепарируются на магнитном контакте, однако, затем стремятся вернуться к исходному значению в результате спин-флип-релаксации, которая непрерывно стремится восстановить локальное равновесие путем уравнивания  $\mu_{up}$  и  $\mu_{dn}$ . Количественно поведение спиновых потенциалов дается уравнениями диффузии для спинов  $up$  и  $dn$

$$I_{up} = -\frac{\sigma A}{2q} \frac{d\mu_{up}}{dz},$$

$$I_{dn} = -\frac{\sigma A}{2q} \frac{d\mu_{dn}}{dz},$$
(21)

в которых для каждого из спинов учитывается половина проводимости по сравнению с уравнением для суммарного тока (A1.1).

Спин-флип-релаксация обращает ток  $I_{up}$  в ток  $I_{dn}$  и наоборот, так что

$$\frac{dI_{up}}{dz} = -\frac{dI_{dn}}{dz} = -K(\mu_{up} - \mu_{dn}), \quad (22)$$

где константа пропорциональности  $K$  есть мера эффективности спин-флип-релаксации, стремящейся уравнивать спиновые потенциалы  $\mu_{up}$  и  $\mu_{dn}$ .

Комбинируя (22) и (21), имеем

$$\frac{d^2\mu_{up}}{dz^2} = \frac{\mu_{up} - \mu_{dn}}{2\lambda_{sf}^2} = -\frac{d^2\mu_{dn}}{dz^2}, \quad (23)$$

где длина

$$\lambda_{sf} = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma A / qK} \quad (24)$$

есть характеристическое расстояние, на котором электрон меняет свой спин на противоположный. Характерные значения длины спин-флипа меняются в широких пределах от нескольких десятков нанометров до сотен микрометров в зависимости от среды и температуры.

Уравнение (23) известно как уравнение Вале – Ферта [13]. Изначально оно было получено как следствие транспортного уравнения Больцмана [14, 15] и ныне широко используется при обсуждении диффузионных задач с учетом спина электронов.

Введем понятия зарядового и спинового потенциалов

$$\mu \equiv (\mu_{up} + \mu_{dn}) / 2, \quad (25)$$

$$\mu_s \equiv \mu_{up} - \mu_{dn} \quad (26)$$

и аналогично – зарядового и спинового токов

$$I = I_{up} + I_{dn}, \quad (27)$$

$$I_s = I_{up} - I_{dn}. \quad (28)$$

Зарядовые потенциалы и токи удовлетворяют обычным диффузионным уравнениям (A1.1) и (A1.10), а спиновый потенциал определяется длиной спин-флипа

$$\frac{d^2\mu_s}{dz^2} = \frac{\mu_s}{\lambda_{sf}^2}. \quad (29)$$

Можно ли измерить спиновую разность потенциалов внутри канала проводимости? Можно, и не только в пределах канала проводимости, но и за его пределами, как показано на рис. 9. Подобные измерения известны как измерения разности нелокальных спин-потенциалов и сейчас являются рутинными при исследовании спин-транспортных задач [19].

Спиновая разность потенциалов  $V_S \equiv (\mu_P - \mu_{AP})/q$  измеряется при изменении намагниченности пробного электрода за пределами проводника (рис. 9) с параллельного режима  $P$  на антипараллельный  $AP$  и как будет далее показано равна

$$V_S \equiv \frac{\mu_P - \mu_{AP}}{q} = P_1 P_2 I R_S e^{-L/\lambda_{sf}}, \quad (30)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – поляризации инжектирующего и детектирующего ФМ контактов (рис. 9), а спиновое сопротивление

$$R_S = \lambda_{sf} / \sigma A. \quad (31)$$

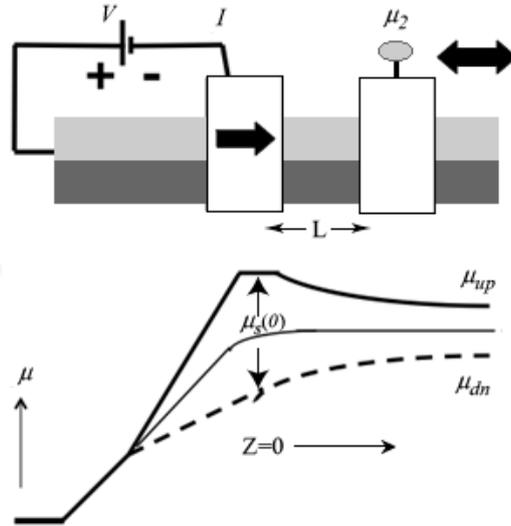


Рис. 9 – К измерению спиновой разности потенциалов за пределами проводника тока.

**Разность нелокальных спин-потенциалов.** Уравнение (30) можно получить в два шага. Сначала покажем, что спиновый потенциал инжектирующего контакта

$$\mu_s(0) = P_1 q I R_s. \quad (32)$$

Затем покажем, что разность

$$\mu_p - \mu_{AP} = P_2 \mu_s(0) e^{-L/\lambda_{sf}}, \quad (33)$$

откуда сразу получается уравнение (30).

Поведение спиновых потенциалов описывается уравнением (29), согласно которому спиновый потенциал уменьшается экспоненциально в обе стороны от инжектирующего контакта

$$\mu_s = \mu_s(0) e^{-|z|/\lambda_{sf}}, \quad (34)$$

как это показано на рис. 10.

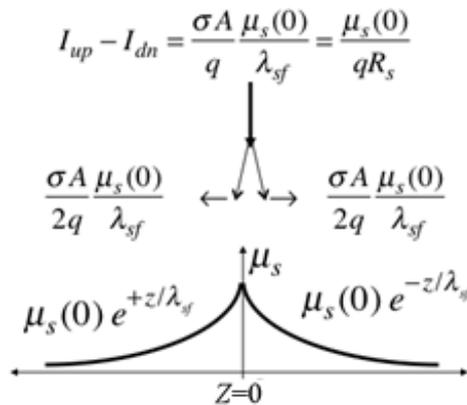


Рис. 10 – К расчету суммарного спинового тока, порождаемого инжектирующим контактом на рис. 9.

Теперь вычислим спиновый ток в обоих направлениях от инжектирующего контакта

$$I_s = -\frac{\sigma A}{2q} \frac{d\mu_s}{dz}, \quad (35)$$

выражение для которого следует из (21) и (25) – (28). Сами токи в обоих направлениях показаны на рис. 10. Их сумма с учетом спинового сопротивления (31) дает суммарный спиновый ток

$$I_{up} - I_{dn} = \frac{\mu_s(0)}{qR_s}. \quad (36)$$

Теперь рассмотрим ток от инжектирующего контакта через его граничные проводимости  $g_{up}$  и  $g_{dn}$  для спинов  $up$  и  $dn$  (рис. 11). Из теории электрических цепей имеем

$$\frac{\mu_s(0)}{q} \equiv \frac{\mu_{up} - \mu_{dn}}{q} = \frac{I_{dn}}{g_{dn}} - \frac{I_{up}}{g_{up}}, \quad (37)$$

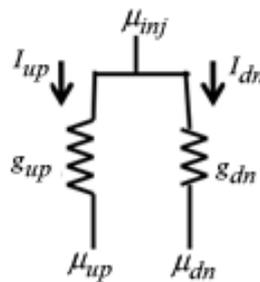


Рис. 11 – К вычислению токов от инжектирующего контакта через его граничные проводимости  $g_{up}$  и  $g_{dn}$  для спинов  $up$  и  $dn$ .

что можно переписать в виде

$$\frac{\mu_s(0)}{q} = \frac{g_{up} + g_{dn}}{2g_{up}g_{dn}} \left( P_1 I - (I_{up} - I_{dn}) \right) \quad (38)$$

через поляризацию инжектирующего контакта

$$P_1 \equiv \frac{g_{up} - g_{dn}}{g_{up} + g_{dn}}, \quad (39)$$

а с использованием (36) имеем

$$(I_{up} - I_{dn}) R_s = \frac{g_{up} + g_{dn}}{2g_{up}g_{dn}} \left( P_1 I - (I_{up} - I_{dn}) \right) \quad (40)$$

или иначе

$$\frac{P_1 I}{I_{up} - I_{dn}} - 1 = \frac{2R_s}{\frac{1}{g_{up}} + \frac{1}{g_{dn}}}. \quad (41)$$

Спиновое сопротивление  $R_s$  (31) есть сопротивление той части канала проводимости, длина которой соответствует спин-флип-длине  $\lambda_{sf}$ , и оно намного меньше чем граничные сопротивления  $1/g_{up}$  и  $1/g_{dn}$  (рис. 11), которые особенно велики при использовании барьеров для усиления поляризации контакта. В этих условиях правая часть равенства (41) зануляется, так что окончательно

$$I_{up} - I_{dn} = P_1 I, \quad (42)$$

что вместе с (40) окончательно дает искомое выражение (32).

Для получения на втором шаге выражения (33) начинаем со спинового потенциала на детектирующем контакте (рис. 9)

$$\mu_s(L) = \mu_s(0) e^{-L/\lambda_{sf}}. \quad (43)$$

Для нахождения потенциала, регистрируемого детектирующим контактом, воспользуемся цепью на рис. 12, аналогичной использованной для инжектирующего контакта на рис. 11.

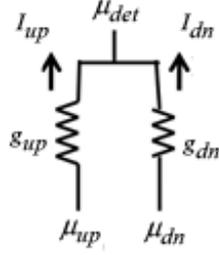


Рис. 12 – К вычислению токов на детектирующем контакте через его граничные проводимости  $g_{up}$  и  $g_{dn}$  для спинов  $up$  и  $dn$ .

Поскольку суммарный ток на детектирующем контакте равен нулю, то для цепи на рис. 12 при параллельной ориентации намагниченности контакта имеем

$$I = 0 = g_{up}(\mu_{up} - \mu_p) + g_{dn}(\mu_{dn} - \mu_p), \quad (44)$$

так что

$$\mu_p = \frac{g_{up}\mu_{up} + g_{dn}\mu_{dn}}{g_{up} + g_{dn}}. \quad (45)$$

В случае же антипараллельной ориентации в числителе появляются перекрестные произведения

$$\mu_{AP} = \frac{g_{dn}\mu_{up} + g_{up}\mu_{dn}}{g_{up} + g_{dn}}. \quad (46)$$

Итак,

$$\mu_p - \mu_{AP} = \frac{(g_{up} - g_{dn})(\mu_{up} - \mu_{dn})}{g_{up} + g_{dn}} = P_2 \mu_s(L), \quad (47)$$

где поляризация детектирующего контакта  $P_2$  определяется через граничные проводимости точно так же, как и поляризация инжектирующего контакта (39).

Из (47) и (43) получаем искомое уравнение (33). Это же уравнение можно получить несколько иначе.

Перепишем (44) в общем виде

$$I = 0 = g_{up}(\mu_{up} - \mu_{det}) + g_{dn}(\mu_{dn} - \mu_{det}) \quad (48)$$

так что

$$\mu_{det} = \frac{g_{up}\mu_{up} + g_{dn}\mu_{dn}}{g_{up} + g_{dn}}. \quad (49)$$

Используя уравнения (25) и (26), перепишем  $\mu_{up}$  и  $\mu_{dn}$  через  $\mu$  и  $\mu_s$

$$\begin{aligned} \mu_{up} &= \mu + \frac{\mu_s}{2}, \\ \mu_{dn} &= \mu - \frac{\mu_s}{2}, \end{aligned} \quad (50)$$

так что для параллельной ориентации намагниченности детектирующего контакта

$$\mu_p = \mu + \frac{P_2 \mu_s}{2}, \quad (51)$$

а для антипараллельной ориентации

$$\mu_{AP} = \mu - \frac{P_2 \mu_s}{2}, \quad (52)$$

где поляризация  $P_2$  определена выше. Таким образом, мы снова пришли к уравнению (47)

$$\mu_P - \mu_{AP} = P_2 \mu_s (L). \quad (53)$$

**Спиновый момент.** Спиновый вентиль и многочисленные различные устройства электроники на его основе явились наиболее значительным достижением спинтроники [11, 20 – 22]. Другим удивительным достижением явилось экспериментальное обнаружение транспорта спинового момента [23 – 25], предложенного в [26, 27] и которое заключается в том, что спиновые токи могут менять намагниченность наноконтакта [28 – 30].

Схема эксперимента по транспорту спинового момента показана на рис. 13. Намагниченность закрепленного левого контакта спинового вентиля фиксирована и направлена вниз. Правый нанокontakt свободен и его намагниченность может изменять свое направление. Подача отрицательного потенциала на закрепленный контакт порождает отрицательный спиновый потенциал

$$\mu_s \equiv \mu_{up} - \mu_{dn} < 0, \quad (54)$$

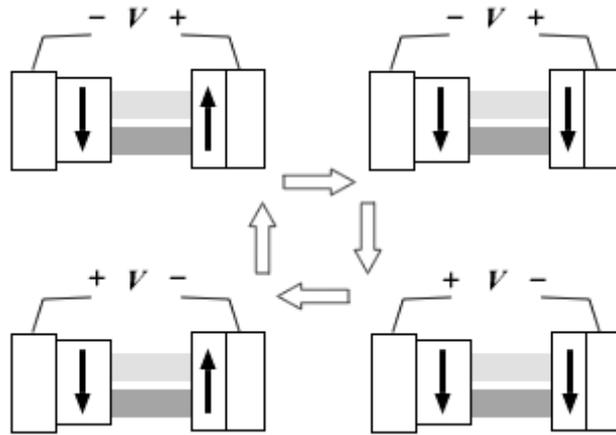


Рис. 13 – Демонстрация эксперимента по транспорту спинового момента.

который вызывает перенос спинового момента на нанокontakt и, если спиновый потенциал достаточно большой, то намагниченность свободного контакта меняется с направления «вверх» на направление «вниз». Если теперь поменять полярность разности потенциалов, подаваемой на вентиль, то появление положительного потенциала на закрепленном контакте вытягивает из канала электроны со спиной «вниз» и таким образом меняет знак спинового потенциала на обратный

$$\mu_s \equiv \mu_{up} - \mu_{dn} > 0 \quad (55)$$

Опять же, если положительный спиновый потенциал достаточно большой, то он вернет намагниченность наноконтакта в исходное состояние. Этот эффект надежно экспериментально подтвержден, и представляется весьма вероятным, что он будет вскоре использоваться для записи информации на ФМ наноноситель так же, как явление магнитосопротивления сейчас широко используется для считывания информации, например, с жесткого диска.

**Уравнение Ландау – Лифшица – Гильберта.** Эти два экспериментальных достижения – магнитное генерирование избытка спинов одного сорта и обращение намагниченности образца за счет этого избытка фактически объединили спинтронику с магнетроникой (рис. 14) в единую область исследований, в которой намагничивание и спиновый транспорт играют равновеликие роли. Модель, описывающая динамику перемагничивания наноманнитных структур под

действием спинового тока, основана на уравнении Ландау – Лифшица – Гильберта (ЛЛГ) [31 – 34].

Магнитный момент электрона пропорционален магнетону Бора

$$\mu_{el} = \frac{g_s}{2} \mu_B, \quad (56)$$

$$\mu_B \equiv \frac{q\hbar}{2m} = 9.274 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2, \quad (57)$$

где g-фактор  $g_s$  для спина электрона в вакууме очень близок к 2 (точнее равен 2.002329), но может существенно отличаться от 2 для электронов в твердых телах, что для нас сейчас не существенно, так что будем считать, что  $g_s = 2$ , а  $\mu_{el} = \mu_B$ . Из (57) видно, что магнитный момент в один магнетон Бора создается током в приблизительно  $10 \mu\text{А}$ , циркулирующему по квадратному контуру со стороной в 1 нм.



Рис. 14 – Спиновый транспорт и динамика перемагничивания наномagnитов тесно связаны.

В немагнитных телах все спины скомпенсированы. В магнитных телах величина намагниченности пропорциональна числу нескомпенсированных спинов  $N_s$  в объеме  $\Omega$

$$M_s = \mu_B \frac{N_s}{\Omega}, \quad (58)$$

а направление вектора намагниченности, задаваемое его единичным вектором  $\hat{m}$ , меняется с магнитным полем  $\vec{H}$  согласно уравнению ЛЛГ

$$(1 + \alpha^2) \frac{d\hat{m}}{dt} = -\gamma\mu_0 (\hat{m} \times \vec{H}) - \alpha\gamma\mu_0 (\hat{m} \times \hat{m} \times \vec{H}), \quad (59)$$

где гиромангнитное отношение, как отношение заряда электрона к его массе,

$$\gamma \equiv \frac{q}{m} = \frac{2\mu_B}{\hbar}, \quad (60)$$

а магнитная постоянная  $\mu_0 = 1/(\epsilon_0 \cdot c^2)$  связана с электрической постоянной  $\epsilon_0$  через скорость света  $c$ .

В уравнении ЛЛГ (59) первое слагаемое описывает динамику намагниченности [32], а второе слагаемое – диссипацию динамического процесса с параметром затухания Гильберта  $\alpha$  [33], характерное значение которого обычно  $\sim 0.01$ .

**Почему у магнита есть выделенная ось?** Воспользуемся уравнением ЛЛГ для понимания фундаментального экспериментального факта о наличии у магнита выделенной оси

(пусть это будет ось  $z$ ). Внешнее магнитное поле  $H_{ext}$ , если оно превышает некоторое критическое значение  $H_K$ , может быть использовано для изменения намагниченности между значениями  $m_z = -1$  и  $m_z = +1$  (рис. 15).

С магнитным полем, направленным вдоль оси  $z$ ,

$$\vec{H} = H \hat{z} \quad (61)$$

и пренебрегая  $\alpha^2 \ll 1$ , уравнение ЛЛГ упрощается до

$$\frac{d\hat{m}}{dt} = -\gamma\mu_0 H (\hat{m} \times \hat{z}) - \alpha\gamma\mu_0 H (\hat{m} \times \hat{m} \times \hat{z}). \quad (62)$$

Выполнив векторные произведения

$$\hat{m} \times \hat{z} = m_z, \quad (\hat{m} \times \hat{z}) \cdot \hat{z} = 0, \quad -\hat{z} \cdot (\hat{m} \times \hat{m} \times \hat{z}) = 1 - m_z^2, \quad (63)$$

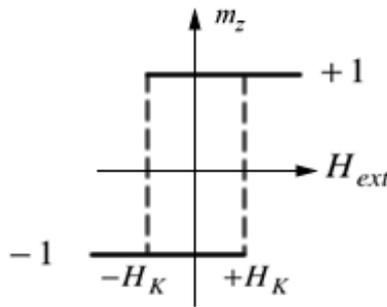


Рис. 15 – Магнит имеет выделенную ось (пусть ось  $z$ ). Внешнее магнитное поле  $H_{ext}$ , если оно превышает некоторое критическое значение  $H_K$ , меняет намагниченность между значениями  $m_z = -1$  и  $m_z = +1$ .

получим

$$\frac{dm_z}{dt} = (1 - m_z^2) \alpha\gamma\mu_0 H. \quad (64)$$

Равновесное состояние требует

$$\frac{dm_z}{dt} = 0, \quad (65)$$

так что единичный вектор намагниченности может принимать только два значения

$$m_z = -1 \text{ и } m_z = +1, \quad (66)$$

что и служит ответом на поставленный выше вопрос о наличии у магнита выделенной оси.

Остается вопрос о стабильности решения уравнения (65). Пусть

$$m_z = +1 - \delta. \quad (67)$$

Тогда вместо (64) имеем

$$-\frac{d\delta}{dt} \approx (2\alpha\gamma\mu_0 H) \delta, \quad (68)$$

что означает невозможность отклонения  $m_z$  от  $+1$  при положительном значении магнитного поля  $H$ . Аналогично, при

$$m_z = -1 + \delta \quad (69)$$

равенство

$$\frac{d\delta}{dt} \approx (2\alpha\gamma\mu_0 H) \delta \quad (70)$$

свидетельствует о невозможности отклонения  $m_z$  от  $-1$  при отрицательном значении магнитного поля. Иначе говоря,

$$m_z = +1 \text{ устойчиво при } H > 0, \quad (71)$$

$$m_z = -1 \text{ устойчиво при } H < 0. \quad (72)$$

Теперь вернемся к рис. 15. Мы до сих пор не конкретизировали магнитное поле  $H$ . Оно включает в себя внешнее магнитное поле  $H_{ext}$  и внутреннее магнитное поле, которое каждый электрон чувствует со стороны всех остальных электронов со знаком, определяемым значением  $m_z$ ,

$$H = H_{ext} + H_K m_z. \quad (73)$$

Теперь из условий устойчивости (71) и (72) следует

$$m_z = +1 \text{ устойчиво при } H_{ext} > -H_K, \quad (74)$$

$$m_z = -1 \text{ устойчиво при } H_{ext} < +H_K. \quad (75)$$

что и показано графически на рис. 15.

**Обращение намагниченности спиновым током.** Для обсуждения динамики намагничивания в уравнение ЛЛГ (59) добавим еще одно слагаемое ( $\alpha^2 \ll 1$ )

$$\frac{d\hat{m}}{dt} = -\gamma\mu_0 (\hat{m} \times \vec{H}) - \alpha\gamma\mu_0 (\hat{m} \times \hat{m} \times \vec{H}) - \left( \hat{m} \times \hat{m} \times \frac{\vec{I}_s}{qN_s} \right), \quad (76)$$

пропорциональное спиновому току  $\vec{I}_s$  в пересчете на один спин, где  $N_s$  есть число спинов, обеспечивающих намагниченность. Почему дополнительный член берется в виде двойного векторного произведения

$$\hat{m} \times \hat{m} \times \frac{\vec{I}_s}{qN_s}, \quad (77)$$

а не просто

$$\frac{\vec{I}_s}{qN_s} ? \quad (78)$$

Двойное векторное произведение  $\hat{m} \times \hat{m} \times \frac{\vec{I}_s}{qN_s}$  с произвольным вектором  $\vec{V}$  (рис.

16) сводится к вычитанию из вектора  $\vec{V}$  компоненты этого вектора вдоль единичного вектора  $\hat{m}$

$$-\hat{m} \times \hat{m} \times \vec{V} = \vec{V} - (\hat{m} \cdot \vec{V}) \hat{m}. \quad (79)$$

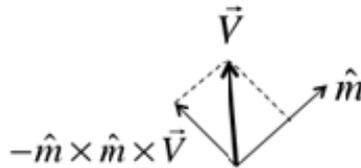


Рис. 16 – К вычислению двойного векторного произведения.

Поэтому член  $\hat{m} \times \hat{m} \times \frac{\vec{I}_s}{qN_s}$  равен компоненте вектора спинового тока  $\frac{\vec{I}_s}{qN_s}$ ,

перпендикулярной намагниченности, величина же намагниченности не изменяется, обращается только ее направление. Это гарантируется тем, что вся правая часть уравнения ЛЛГ должна

быть перпендикулярна намагниченности. Есть еще один дополнительный член в правой части уравнения ЛЛГ, также перпендикулярный намагниченности

$$\alpha \hat{m} \times \frac{\vec{I}_s}{qN_s}, \quad (80)$$

но мы им пренебрегли, поскольку параметр затухания Гильберта  $\alpha$  обычно очень мал.

Проектируя уравнение ЛЛГ (76) на выделенную ось, получим

$$\frac{dm_z}{dt} = (1 - m_z^2) \left( \alpha \gamma \mu_0 H_K m_z + \frac{I_s}{qN_s} \right). \quad (81)$$

Как и в случае с уравнением (64), критическое значение спинового тока, необходимое для обращения намагниченности дается уравнением

$$\left( \frac{I_s}{qN_s} \right)_{crit} = \alpha \gamma \mu_0 H_K, \quad (82)$$

а с использованием (58) для критического значения спинового тока имеем

$$(I_s)_{crit} = \frac{4q\alpha}{\hbar} \left( \frac{1}{2} \mu_0 H_K M_s \Omega \right). \quad (83)$$

Величина в круглых скобках для критического тока есть энергия барьера, разделяющего два состояния магнита. Для устойчивого состояния магнита с той или иной намагниченностью (вверх или вниз) барьер должен быть не меньше нескольких десятков  $kT$ . В противном случае намагниченность магнита будет обращаться циклически практически бесконечно долго. При барьере  $\sim 40 kT$  и  $\alpha = 0.01$  уравнение (83) для критического значения спинового тока дает  $\sim 10 \mu A$ . Экспериментально наблюдались токи  $\sim 50 - 100 \mu A$ .

Наглядные апплеты по динамике намагничивания с переносом спинового момента выставлены на сайте [35].

**Поляризаторы и анализаторы спинового тока.** Пусть регистрирующий ФМ контакт 2 расположен под углом по отношению к инжектирующему контакту (рис. 17). Какая разность потенциалов будет измерена? Ответ представляется довольно простым:

$$\mu_2 = \mu + \frac{\vec{P}_2 \cdot \vec{\mu}_s}{2}, \quad (84)$$

где вектор поляризации совпадает с направлением регистрирующего контакта, а вектор спинового потенциала совпадает с направлением спиновой поляризации канала проводимости, которое по договоренности есть направление намагниченности инжектирующего контакта. Ранее мы уже рассматривали два частных случая взаимной ориентации намагниченности контактов: параллельно  $P$  и антипараллельно  $AP$  (53). Как интерпретировать более общий результат (84) ?

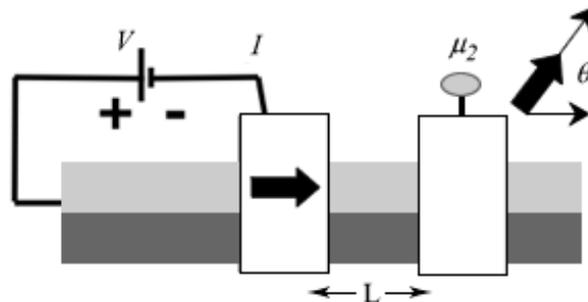


Рис. 17 – Регистрирующий контакт 2 в роли анализатора спинового тока.

Проведем аналогию с поляризацией потока фотонов. Интенсивность света, прошедшего через анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора  $I/I_0 = \cos^2\theta$  (закон Малюса). Интенсивность прошедшего света максимальна при совпадении плоскостей пропускания поляризатора и анализатора ( $\theta = 0^\circ$ ) и минимальна, когда плоскости перпендикулярны ( $\theta = 90^\circ$ ). Иная ситуация с потоком электронов.

Пусть все электроны в потоке имеют спин «вверх». Тогда по определению (25) и (26)

$$\mu_s = \mu_{up} = 2\mu, \quad (85)$$

если же повернуть намагниченность на регистрирующем контакте на угол  $\theta$ , измеряемая разность потенциалов, как следует из (84), изменится на

$$\frac{\mu_2}{\mu} = 1 + P_2 \cos \theta. \quad (86)$$

Как и в случае потока фотонов, разность потенциалов максимальна, когда регистрирующий и инжектирующий контакты параллельны ( $\theta = 0$ ). Если же в случае потока фотонов интенсивность прошедшего через анализатор света минимальна при  $\theta = 90^\circ$ , то в случае потока электронов минимум разности потенциалов достигается при антипараллельной ( $\theta = 180^\circ$ ) ориентации намагниченности контактов (рис. 18).

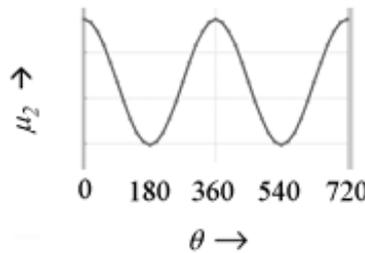


Рис. 18 – Колебания нелокального спинового потенциала в зависимости от угла между инжектирующим и регистрирующим ФМ контактами.

В предположении идеального регистрирующего контакта ( $P_2 = 1$ ) из (86) следует

$$\frac{\mu_2}{\mu} = 1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad (87)$$

так что если анализатор фотонов пропускает через себя количество фотонов, пропорциональное  $\cos^2\theta$ , то спиновый анализатор электронов пропускает через себя количество электронов, пропорциональное  $\cos^2(\theta/2)$ . Есть надежда, что уже в недалеком будущем спиновый анализатор электронов будет ключевым измерительным устройством в спиновом квантовом компьютере так же, как закон Малюса уже сейчас используется в фотонных квантовых компьютерах.

### **Приложение 1. Уравнение диффузии для баллистического транспорта.**

Звучит противоречиво как и термин «упругий резистор» [1]. Разве диффузионное уравнение не должно было бы описывать диффузионный транспорт? Можно ли использовать уравнение диффузии для баллистического транспорта? С позиций концепции «снизу – вверх» оба режима переноса – диффузионный и баллистический – существенно близки.

Уравнение диффузии связывает электрический ток с градиентом электрохимического потенциала  $\mu(z)$

$$\frac{I}{A} = -\frac{\sigma}{q} \frac{d\mu}{dz}, \quad (A1.1)$$

где удельная проводимость  $\sigma$  дается уравнениями (65) и (68) из [1]. Это уравнение можно получить рассматривая проводник как последовательность упругих резисторов (рис. A1.1). Используя ур-е (32) из [1], для тока  $I(z)$  в отдельной секции проводника можно написать

$$I(z) = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dEG(E) (f(z, E) - f(z + \Delta z, E)). \quad (A1.2)$$

Из уравнений (42) и (50) работы [1] для проводимости в диффузионном режиме имеем

$$G = \frac{\sigma}{L + \lambda} \{1, W, A\}, \quad (A1.3)$$

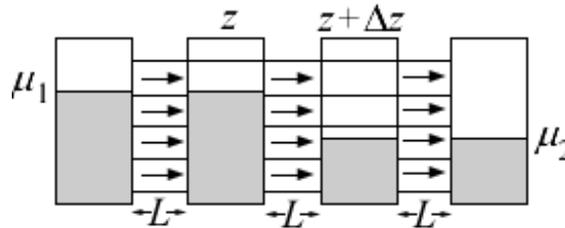


Рис. A1.1 – Условное разбиение реального макропроводника на последовательность упругих резисторов [1].

откуда следует, что

$$\frac{1}{G(E)} = \rho \frac{\Delta z + \lambda}{A}, \quad (A1.4)$$

однако, при этом нужно отметить, что сопротивление (A1.4) включает в себя граничные сопротивления, которые на самом деле не существуют, разве что на физически реальных концах проводника. Опуская их, для проводимости имеем

$$G(E) = \frac{\sigma A}{\Delta z}, \quad (A1.5)$$

Комбинируя (A1.5) с уже привычным линейным разложением для малой разности электрохимических потенциалов

$$f(z, E) - f(z + \Delta z, E) = \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) (\mu(z) - \mu(z + \Delta z)), \quad (A1.6)$$

которое следует из уравнения (20) работы [1], и определяя удельную проводимость  $\sigma$  как термически среднее  $\bar{\sigma}$  от  $\sigma(E)$ , получим

$$I(z) = \frac{1}{q} \frac{\sigma A}{\Delta z} (\mu(z) - \mu(z + \Delta z)). \quad (A1.7)$$

Обратим внимание на то, что удельные проводимости (65) и (68) работы [1], как и проводимости выше в уравнениях (A1.5) и (A1.7), зависят от энергии. Они должны быть усреднены в промежутке нескольких  $kT$ , включая  $E = \mu_0$ , с использованием функции термического уширения

$$\bar{\sigma} = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \sigma(E). \quad (A1.8)$$

Именно такая термически усредненная проводимость  $\bar{\sigma}$  должна сравниваться с удельной проводимостью в классических формулах теории Друде (формулы (69) и (71) работы [1]). В вырожденных проводниках усредненная проводимость  $\bar{\sigma}$  приблизительно равна проводимости при  $E = \mu_0$ :

$$\bar{\sigma} \approx \sigma. \quad (E = \mu_0) \quad (A1.9)$$

Вернемся к уравнению (A1.7). Устремляя  $\Delta z \rightarrow 0$ , получим искомое уравнение диффузии (A1.1).

Уравнение диффузии обычно идет в паре с уравнением непрерывности. В одномерных проводниках, как на рис. А1.2 далее, в условиях равновесия ток постоянен на всем протяжении проводника

$$\frac{dI}{dz} = 0. \quad (\text{A1.10})$$

Решение системы уравнений (A1.1) и (A1.10) ищется при граничных условиях

$$\begin{aligned} \mu(z=0) &= \mu_1, \\ \mu(z=L) &= \mu_2. \end{aligned} \quad (\text{A1.11})$$

Линейное решение, графически показанное на рис. А1.2, удовлетворяет систему уравнений (A1.1) и (A1.10) с граничными условиями (A1.11), поскольку линейная



Рис. А1.2 – К решению системы уравнений (A1.1) и (A1.10) с граничными условиями (A1.11). Как и в [1], всегда используется направление тока  $S \rightarrow D$  в отличие от общепринятого направления.

зависимость  $\mu(z)$  имеет постоянный наклон

$$\frac{d\mu}{dz} = -\frac{\mu_1 - \mu_2}{L}, \quad (\text{A1.12})$$

так что из уравнения (A1.1) имеем постоянный ток с  $dI/dz = 0$

$$I = \frac{\sigma A}{q} \frac{\mu_1 - \mu_2}{L}. \quad (\text{A1.13})$$

Разность электрохимических потенциалов  $\mu_1 - \mu_2 = qV$ . Имеем стандартный закон Ома

$$I = \frac{\sigma A}{L} V, \quad (\text{A1.14})$$

а не закон Ома, модифицированный для учета также баллистического транспорта [1],

$$I = \frac{\sigma A}{L + \lambda} V. \quad (\text{A1.15})$$

Можно ли получить модифицированный закон Ома (A1.15) из уравнений диффузии и непрерывности (A1.1) и (A1.10)? На первый взгляд нет, поскольку традиционная проводимость и коэффициент диффузии не имеют смысла для баллистического транспорта. И все же можно пользоваться уравнениями (A1.1) и (A1.10) для баллистического транспорта, если модифицировать граничные условия (A1.11) путем учета в них граничного сопротивления

$$\begin{aligned} \mu(z=0) &= \mu_1 - \frac{qIR_B}{2}, \\ \mu(z=L) &= \mu_2 - \frac{qIR_B}{2}, \end{aligned} \quad (\text{A1.16})$$

где  $R_B$  есть обратное значение баллистической проводимости  $G_B$  (формулы (50) и (66) работы [1])

$$R_B = \frac{\lambda}{\sigma A} = \frac{h}{q^2 M}. \quad (\text{A1.17})$$

Новые граничные условия (A1.16) можно реализовать в виде граничных сопротивлений  $R_B/2$ , что ведет к скачкам химпотенциалов, как показано на рис. A1.3.

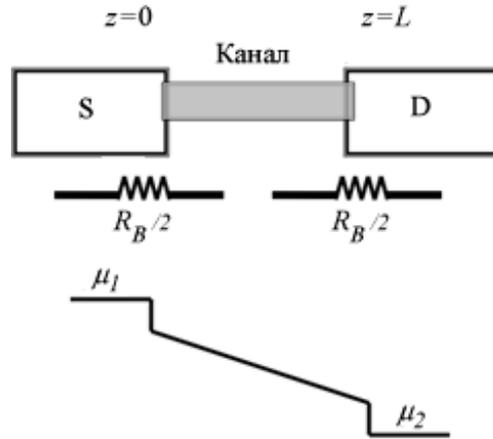


Рис. A1.3 – Уравнения A1.1 и A1.10 можно использовать не только для описания диффузионного транспорта, но и для баллистического транспорта, если граничные условия (A1.11) модифицировать путем введения граничных сопротивлений  $R_B/2$ .

Теперь легко убедиться, что новые граничные условия (A1.16) в применении к однородному проводнику ведут к модифицированному закону Ома (A1.15). Поскольку  $\mu(z)$  меняется линейно от  $z=0$  к  $z=L$ , ток по уравнению (A1.1)

$$I = \frac{\sigma A}{q} \frac{\mu(0) - \mu(L)}{L} \quad (\text{A1.18})$$

Используя новые граничные условия (A1.16), имеем

$$I = \frac{\sigma A}{q} \left( \frac{\mu_1 - \mu_2}{L} - \frac{qIR_B}{L} \right). \quad (\text{A1.19})$$

Поскольку

$$\sigma AR_B = \lambda, \quad (\text{A1.20})$$

то

$$I \left( 1 + \frac{\lambda}{L} \right) = \frac{\sigma A}{q} \left( \frac{\mu_1 - \mu_2}{L} \right). \quad (\text{A1.21})$$

Учитывая, что  $\mu_1 - \mu_2 = qV$ , окончательно получаем модифицированный закон Ома (A1.15).

Можно ли обосновать новые граничные условия (A1.16)? Да, поскольку они следуют из модифицированного закона Ома (A1.15), если предположить, что дополнительное сопротивление  $\sigma A/\lambda$  (A1.20) делится поровну между двумя границами проводника.

Лучшее обоснование можно достичь, если ввести два различных электрохимических потенциала  $\mu^+$  и  $\mu^-$ , соответствующих движению электронов вдоль осей  $+z$  и  $-z$ , соответственно. Ранее [1] предполагалось, что оба контакта настолько массивны, что всегда находятся вблизи равновесия и описываются фермиевскими функциями (16) и (17) работы [1] с хорошо определенными электрохимическими потенциалами. Сейчас же мы говорим о  $\mu(z)$  в канале, не

находящемся в равновесии, когда электронные состояния, переносящие электроны, заселены различно для электронов, движущихся вдоль направлений  $+z$  и  $-z$ , в противном же случае тока не будет. Это различие в заселенности находит свое отражение в различии  $\mu^+$  и  $\mu^-$ , и мы позже покажем, что ток пропорционален этой разности

$$I = \frac{q}{h} M (\mu^+(z) - \mu^-(z)), \quad (\text{A1.22})$$

что можно переписать используя (66) из [1] в виде

$$I = \frac{1}{qR_B} (\mu^+(z) - \mu^-(z)) = \frac{\sigma A}{q\lambda} (\mu^+(z) - \mu^-(z)). \quad (\text{A1.23})$$

Корректные граничные условия для  $\mu^+$  и  $\mu^-$  следующие:

$$\begin{aligned} \mu^+(z=0) &= \mu_1, \\ \mu^-(z=L) &= \mu_2, \end{aligned} \quad (\text{A1.24})$$

которые можно понять из следующих соображений (рис. A1.4). Электроны, генерируемые на границе  $z=0$  в направлении  $+z$ , подчиняются фермиевскому распределению с потенциалом  $\mu_1$ . Аналогично, электроны, генерируемые на границе  $z=L$  в направлении  $-z$ , подчиняются фермиевскому распределению  $\mu_2$  на правом контакте.

Ток связан с потенциалами  $\mu^+$  и  $\mu^-$  уравнениями

$$I = -\frac{\sigma A}{q} \frac{d\mu^+}{dz} = -\frac{\sigma A}{q} \frac{d\mu^-}{dz}, \quad (\text{A1.25})$$

которые эквивалентны уравнению диффузии (A1.1), примененному к усредненному потенциалу

$$\mu(z) = \frac{\mu^+(z) + \mu^-(z)}{2}. \quad (\text{A1.26})$$

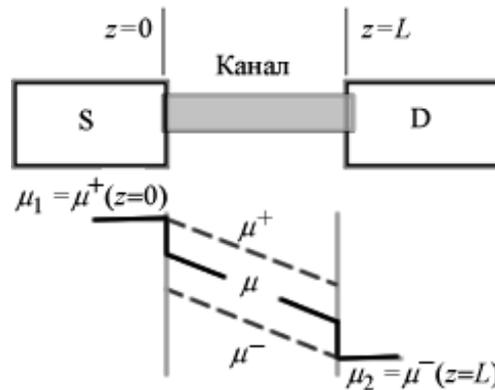


Рис. A1.4 – Профиль электрохимических потенциалов  $\mu^+$  и  $\mu^-$  в канале проводимости.

Уравнения (A1.25) решаются с граничными условиями (A1.24) и дают графики для  $\mu^+$  и  $\mu^-$ , показанные на рис. A1.4, и их среднее значение действительно выглядит как на рис. A1.3 с соответствующими скачками потенциала на концах.

И все же, нет нужды отказываться от традиционного уравнения диффузии (A1.1) в пользу нового уравнения (A1.25). Те же результаты можно просто получить модифицируя граничные условия для  $\mu(z)$  с использованием уравнений (A1.22) – (A1.25) следующим образом для левого конца проводника

$$\mu(z=0) = \left( \frac{\mu^+ + \mu^-}{2} \right)_{z=0} = \left( \mu^+ - \frac{\mu^+ - \mu^-}{2} \right)_{z=0} = \mu_1 - (qIR_B / 2) \quad (\text{A1.27})$$

и для правого конца

$$\mu(z=L) = \left( \mu^- + \frac{\mu^+ - \mu^-}{2} \right)_{z=L} = \mu_2 + \frac{qIR_B}{2}. \quad (\text{A1.28})$$

Это в точности те же самые граничные условия для стандартного уравнения диффузии, что и выписанные раньше (A1.16).

**Электрохимические потенциалы вдали от равновесия.** Как уже упоминалось выше в отношении электрохимических потенциалов внутри контактов, оба контакта настолько массивны, что всегда находятся вблизи равновесия и описываются фермиевскими функциями (16) и (17) работы [1] с хорошо определенными электрохимическими потенциалами. Канал проводимости, однако, не находится в равновесии, так что распределение электронов по доступным состояниям может и не описываться фермиевскими функциями.

В общем случае нужно решать транспортное уравнение Больцмана [14, 15], а в квантовом случае использовать формализм неравновесных функций Грина [16 – 18] для получения соответствующих функций распределения  $f(z, E)$ . Можно ли представить эти распределения с использованием электрохимических потенциалов  $\mu^+(z)$  и  $\mu^-(z)$ ?

В канале с идеальной баллистической проводимостью использование  $\mu^+(z)$  и  $\mu^-(z)$  является строгим решением, а не приближенным. Все электроны, движущиеся от истока S в направлении  $+z$  (рис. A1.5), подчиняются фермиевскому распределению на этом контакте с  $\mu^+ = \mu_1$

$$f^+(z; E) = f_1(E) \equiv \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu_1}{kT}\right) + 1}, \quad (\text{A1.29})$$

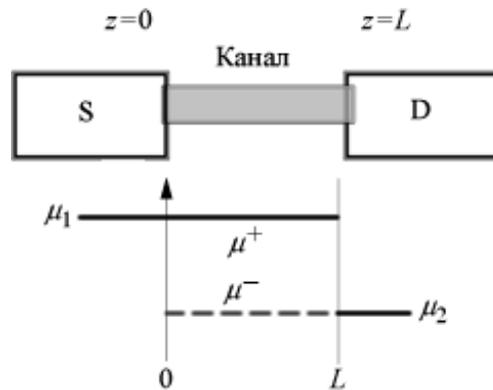


Рис. A1.5 – Профили электрохимических потенциалов  $\mu^+(z)$  и  $\mu^-(z)$  в канале с идеальной баллистической проводимостью.

а все электроны стока D, движущиеся в направлении  $-z$ , подчиняются распределению на стоке с  $\mu^- = \mu_2$

$$f^-(z; E) = f_2(E) \equiv \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu_2}{kT}\right) + 1}. \quad (\text{A1.30})$$

В дополнение к сказанному заметим, что связанные со стоком D моды, берущие свое начало на истоке S, заполнены только электронами, идущими из истока, так что эти моды остаются в равновесии с истоком с функцией распределения  $f_1(E)$ . Аналогично, связанные с

истоком моды и берущие свое начало на стоке находятся в равновесии со стоком с функцией распределения  $f_2(E)$ .

Пусть при некоторой энергии  $f_1(E) = 1$  и  $f_2(E) = 0$ , так что множество электронов на истоке S готовы к транспорту на сток D, но ни один электрон на стоке D не готов к транспорту на исток S (рис. A1.6). Можно ожидать, что связанные со стоком моды, берущие свое начало на истоке, будут вплотную заполнены электронами (трафик «бампер-к-бамперу» на скоростном шоссе), тогда как связанные с истоком моды и берущие свое начало на стоке будут пустыми (трафик в обратном направлении отсутствует).

Конечно, такая идеализированная модель баллистического канала предполагает, что в процессе транспорта электроны не возвращаются назад ни по ходу своей траектории, ни в ее конце. Именно это имеется в виду под баллистическим каналом с

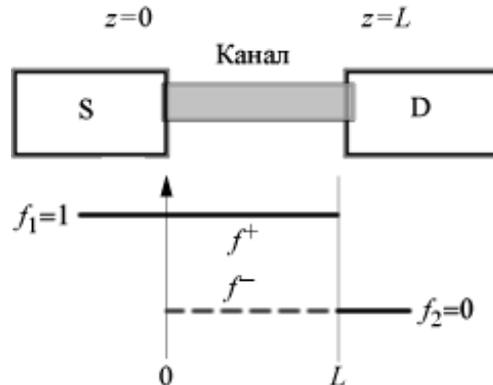


Рис. A1.6 – Профили заселенности  $f^+$  и  $f^-$  в канале с идеальной баллистической проводимостью.

хорошими контактами, когда в канале есть достаточное число мод чтобы электроны легко покинули исток с практически нулевой вероятностью вернуться назад. Если же имеют место плохие контакты или транспорт в канале проводимости носит диффузионный характер, ожидать решение с функциями распределения (A1.29) и (A1.30) не придется. Выше при обсуждении спиновых вентилях было показано к каким последствиям ведут плохие контакты. Сейчас же мы сосредоточимся на диффузионных каналах с хорошими контактами.

Функции распределения (A1.29) и (A1.30) представляются нам достаточно хорошими для диффузионного канала. Предполагается, что распределения подобны фермиевским, но учитывают пространственную зависимость электрохимических потенциалов

$$f^-(z; E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu^-(z)}{kT}\right) + 1} \quad (A1.31)$$

$$f^+(z; E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu^+(z)}{kT}\right) + 1}$$

Полноты ради заметим, что электрохимические потенциалы в общем случае зависят от энергии и в принципе нужно писать  $\mu^+(z, E)$  и  $\mu^-(z, E)$ . В упругих резисторах энергии мод не зависимы и могут иметь свою характерную пространственную зависимость, если длина свободного пробега от энергии не зависит. Выше в (A1.31), упрощения ради, этим обстоятельством пренебрегается.

**Токи в режиме неравновесных потенциалов.** Обычно рассматривается суммарный ток, который представляет собой разность токов, берущих свое начало на истоке и на стоке,

$$I(z) = I^+(z) - I^-(z). \quad (A1.32)$$

Ток  $I^+$  равен заряду, переносимому направо за единицу времени. За временной интервал  $\Delta t$  заряд находится на длине  $v_z \cdot \Delta t$ , так что

$$I^+(z) = q \cdot (\text{число электронов на единице длины}) \cdot v_z. \quad (\text{A1.33})$$

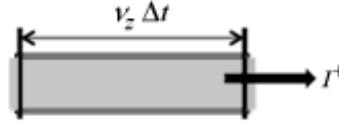


Рис. 7 – К подсчету тока, берущему свое начало на истоке.

Число электронов на единице длины равно половине плотности состояний на единице длины  $D(E)/2L$ , умноженной на долю  $f^+$  занятых состояний, так что

$$I^+(z; E) = q \frac{D(E)}{2L} \bar{v}(E) f^+(z; E), \quad (\text{A1.34})$$

где  $\bar{v}$  есть среднее значение скорости  $v_z$  согласно уравнениям (51) – (52) работы [1], а произведение  $D(E)/2L$  на скорость есть  $M(E)/h$  согласно (67) там же, так что

$$I^+(z; E) = \frac{qM(E)}{h} f^+(z; E) \quad (\text{A1.35})$$

и аналогично

$$I^-(z; E) = \frac{qM(E)}{h} f^-(z; E). \quad (\text{A1.36})$$

В итоге суммарный ток (A1.32)

$$I(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dE (I^+(z; E) - I^-(z; E)) = \frac{q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} dE (f^+(z; E) - f^-(z; E)) M(E). \quad (\text{A1.37})$$

Для перехода от функций распределения  $f^+$  и  $f^-$  к электрохимическим потенциалам  $\mu^+$  и  $\mu^-$  воспользуемся приближением линейного отклика (21) работы [1]

$$f^+(z; E) - f^-(z; E) = \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) (\mu^+(z) - \mu^-(z)), \quad (\text{A1.38})$$

так что из (A1.37) получим искомое уравнение (A1.22)

$$I(z) = \frac{q}{h} (\mu^+(z) - \mu^-(z)) \int_{-\infty}^{+\infty} dE \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) M(E) \quad (\text{A1.39})$$

имея в виду, что стоящий справа интеграл есть термически усредненное число мод  $M$ .

**Приложение 2. Сопротивление  $R_{int}$  на границе контакта двух проводников с разным числом мод.**

Рассмотрим границу раздела между двумя проводниками с разным числом мод проводимости  $M_1 > M_2$ , граничащих с двумя массивными контактами на обоих концах, число мод в которых эффективно бесконечно велико (рис. A2.1).

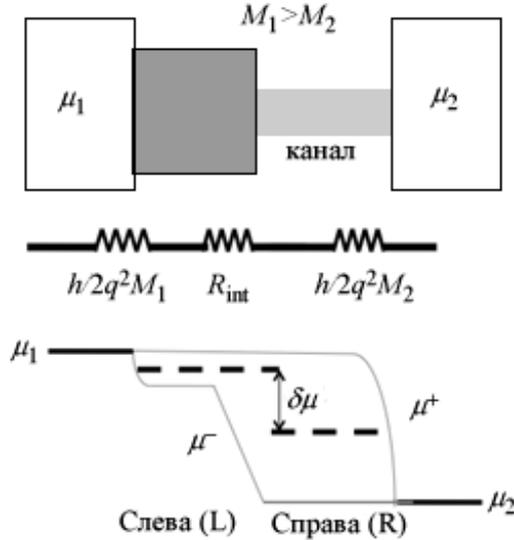


Рис. A2.1 – Граница раздела между двумя каналами проводимости (широким и узким) с модами  $M_1 > M_2$ , граничащих с массивными контактами на обоих концах, число мод в которых эффективно бесконечно велико.

Рассмотрим электрохимические потенциалы  $\mu^+$  и  $\mu^-$ , соответствующие движению электронов направо и налево, соответственно. Как показано в Приложении 1, граничные условия имеют вид

$$\mu^+(L) = \mu_1 \text{ и } \mu^-(R) = \mu_2. \quad (\text{A2.1})$$

Ток направо и налево одинаков и равен (Приложение 1)

$$I = \frac{q}{h} M_1 (\mu^+ - \mu^-)_L = \frac{q}{h} M_2 (\mu^+ - \mu^-)_R. \quad (\text{A2.2})$$

Электроны движутся свободно через границу раздела так, что движущиеся направо потоки в узком канале находятся в равновесии с движущимися направо потоками в широком канале

$$\mu^+(R) = \mu_1. \quad (\text{A2.3})$$

Движущиеся налево потоки в широком канале не могут быть адекватно заполнены узким каналом и соответствующий потенциал *a priori* не известен. Для его определения из (A2.2) имеем

$$\mu^+(L) - \mu^-(L) = \frac{M_2}{M_1} (\mu^+(R) - \mu^-(R)). \quad (\text{A2.4})$$

Подставляя далее (A2.1) и (A2.3), получим

$$\mu^-(L) = \mu_1 - \frac{M_2}{M_1}(\mu_1 - \mu_2). \quad (\text{A2.5})$$

Для вычисления граничного сопротивления  $R_{int}$  нужно вычислить скачок потенциала на границе контакта двух проводников

$$\delta\mu = \left( \frac{\mu^+ + \mu^-}{2} \right)_L - \left( \frac{\mu^+ + \mu^-}{2} \right)_R. \quad (\text{A2.6})$$

Используя (A2.1), (A2.3) и (A2.5), имеем

$$\delta\mu = \left( 1 - \frac{M_2}{M_1} \right) (\mu_1 - \mu_2), \quad (\text{A2.7})$$

$$I = \frac{q}{h} M_2 (\mu_1 - \mu_2), \quad (\text{A2.8})$$

и окончательно получаем искомую формулу для граничного сопротивления

$$R_{int} \equiv \frac{\delta\mu / q}{I} = \frac{h}{2q^2} \left( \frac{1}{M_2} - \frac{1}{M_1} \right). \quad (\text{A2.9})$$

Настоящая работа явилась результатом посещения мною курсов лекций «Fundamentals of Nanoelectronics, Part I: Basic Concepts» и «Fundamentals of Nanoelectronics, Part II: Quantum Models», прочитанных он-лайн в январе – апреле 2012 года проф. С.Датта (Supriyo Datta) в рамках инициативы Purdue University / nanoHUB-U [[www.nanohub.org/u](http://www.nanohub.org/u)].

### Список литературы

1. *Кругляк Ю.О., Кругляк Н.Ю., Стрѣха М.В.* Уроки нанoeлектроніки: виникнення струму, формулювання закону Ома і моди провідності в концепції «знизу – вгору» // *Sensor Electronics and Microsystem Technologies.* – 2012. – V. 3(9), N 4. – P. 5 – 29.
2. *Кругляк Ю.О., Кругляк Н.Ю., Стрѣха М.В.* Уроки нанoeлектроніки: термоeлектричні явища в концепції «знизу – вгору» // *Sensor Electronics and Microsystem Technologies.* – 2013. – V. 4(10), N 1. – P. 6 – 21.
3. *Datta Supriyo.* Lessons from Nanoelectronics: A New Perspective on Transport. – Hackensack, New Jersey: World Scientific Publishing Co. – 2012. – pp. 471.
4. *Dyakonov M.I., Perel V.I.* Current-induced spin orientation of electrons in semiconductors // *Physics Letters.* – 1971. – V. A35. – P. 459 – 460.
5. *Julliere M.* Tunneling between ferromagnetic films // *Physics Letters.* – 1975. – V. A54, N 3. – P. 225 – 226.
6. *Аронов А.Г., Пикус Г.Е.* Спиновая инжекция в полупроводниках // *Физика и техника полупроводников.* – 1976. – № 10. – С. 1177 – 1180.
7. *Baibich M. N., Broto J. M., Fert A., Nguyen Van Dau F., Petroff F., Etienne P., Creuzet G., Friederich A., Chazelas J.* Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices // *Phys. Rev. Lett.* – 1988. – V.61, N 21. – P. 2472 – 2475.

8. *Binasch G., Grünberg P., Saurenbach F., Zinn W.* Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange // *Phys. Rev. B.* – 1989. – V. 39. – P. 4828 – 4830.
9. *Mott N.F.* The Electrical Conductivity of Transition Metals // *Proc. Roy. Soc.* – 1936. – V. 153. – P. 699 – 717.
10. *Mott N.F.* Electrons in Transition Metals // *Adv. Phys.* – 1964. – V. 13. – P. 325.
11. *Погорілий А.М., Рябченко С.М., Товстолиткін О.І.* Спінтроніка. Основні явища. Тенденції розвитку // *Укр. фіз. журн. Огляди.* – 2010. – т. 6, № 1. – С. 37 – 97.
12. *Schmidt G.* Concepts for Spin Injection into Semiconductors – a Review // *J.Phys. D: Appl. Phys.* – 2005. – V. 38. – P. R107 – R122.
13. *Valet T., Fert A.* Theory of the perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers // *Phys. Rev. B.* – 1993. – V. 48. – P. 7099.
14. *Sears F.W., Salinger G.L.* Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics. – Boston: Addison-Wesley. – 1975. – pp. 331 – 336, 355 – 361.
15. *Kubo R.* Statistical-Mechanical Theory of Irreversible Processes.I. General Theory and Simple Applications to Magnetic and Conduction Problems // *J.Phys.Soc. Japan.* – 1957. – V. 12. – P. 570 – 586.
16. *Martin P.C., Schwinger J.* Theory of many-particle systems. I // *Phys. Rev.* – 1959. – V. 115, N 6. – P. 1342 – 1373.
17. *Kadanoff L.P., Baym G.* Quantum Statistical Mechanics. – New York: W.A.Benjamin. – 1962.
18. *Keldysh L.V.* Diagram Technique for Non-Equilibrium Processes // *ЖЭТФ.* – 1964. – Т. – 47. – С. 1515 – 1527 (*Sov. Phys. JETP.* – 1965. – V. 20. – P. 1018).
19. *Takahashi S., Maekawa S.* Spin Injection and Detection in Magnetic Nanostructures // *Phys. Rev. B.* – 2003. – V. 67. – P. 052409.
20. *Третьяк О.В., Львов В.А., Барабанов О.В.* Фізичні основи спінової електроніки // Київ: Вид-во Київського університету. – 2002. – 314 С.
21. *Данилов Ю.А., Демидов Е.С., Ежевский А.А.* Основы спинтроники // Нижний Новгород: Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского. – 2009. – 173 С.
22. *Аплеснин С.С.* Основы спинтроники // Санкт-Петербург: Изд-во ЛАНЬ. – 2010. – 288 С.
23. *Tsoi M., Jansen A.G.M., Bass J., Chiang W.-C., Seck M., Tsoi V., Wyder P.* Excitation of a Magnetic Multilayer by Electric Current // *Phys. Rev. Lett.* – 1998. – V. 80. – P. 4281.
24. *Myers E.B., Ralph D.C., Katine J.A., Louie R.N., Buhrman R.A.* Current-Induced Switching of Domains in Magnetic Multilayer Devices // *Science.* – 1999. – V. 285. – P. 867 – 870.
25. *Katine J.A., Albert F.J., Buhrman R.A., Myers E.B., Ralph D.C.* Current-Driven Magnetization Reversal and Spin-Wave Excitations in Co/Cu/Co Pillars // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – V. 84. – P. 3149 – 3152.
26. *Berger L.* Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current // *Phys.Rev. B.* – 1996. – V. 54, N 13. – P. 9353 – 9358.
27. *Slonczewski J.C.* Current-driven excitation of magnetic multilayers // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1996. – V. 159. – P. L1.
28. *Bazaliy Y.B., Jones B.A., Zhang S.-C.* Modification of the Landau-Lifshitz equation in the presense of a spin-polarized current and colossal- and giant-magnetoresistive materials // *Phys.Rev. B.* – 1998. – V. 57. – P. R3213 – R3216.
29. *Sun J.Z.* Spin-current interaction with a monpdomain magnetic body: A model study // *Phys.Rev. B.* – 2000. – V. 62. – P. 570.
30. *Ralph D.C., Stiles M.D.* Spin transfer torques // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2008. – V. 320. – P. 1190 – 1216.
31. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел // *Phys. Z. Sowjetunion.* – 1935. – V. 8. – P. 153 – 169.
32. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел // *Ландау Л.Д. Собрание трудов в 2 т. Под ред. Е.М. Лифшица. М.: Наука.* – 1969. – Т. 1. – С. 97.
33. *Gilbert T.* A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials // *IEEE Transactions on Magnetics.* – 2004. – V. 40, N 6. – P. 3443 – 3449.

34. Звездин А.К., Звездин К.А., Хвальковский А.В. Обобщенное уравнение Ландау — Лифшица и процессы переноса спинового момента в магнитных наноструктурах // УФН. – 2008. – Т. 178. – С. 436 – 442.
35. Mewes Tim. Magnetization dynamics including spin-torque *et al* // [www.bama.ua.edu/~tmewes/](http://www.bama.ua.edu/~tmewes/).

**Засади спітроніки в концепції «знизу – вгору». Кругляк Ю.О.**

*В рамках концепції «знизу – вгору» наноелектроніки розглядаються такі ключові питання спітроніки як спіновий вентиль, граничний опір при незбіганні мод провідності, спінові потенціали і різниця нелокальних спин-потенціалів, спіновий момент та його транспорт, рівняння Ландау – Лифшица – Гільберта, на його основі дається відповідь на питання чому у магніта є відделена вісь, обговорюються обертання намагніченості спіновим струмом, поляризатори та аналізатори спінового струму, також розглядаються рівняння дифузії для балістичного транспорту та струми в режимі нерівноважних потенціалів.*

**Ключові слова:** *нанофізика, наноелектроніка, молекулярна електроніка, знизу–вгору, спітроніка, спіновий вентиль, спіновий потенціал, спіновий момент, спіновий транспорт, спіновий струм, намагніченість, поляризатор, аналізатор, рівняння дифузії, балістичний транспорт.*

**Basics of Spintronics by «bottom – up» approach. Kruglyak Yu.A.**

*Basic topics of spintronics such as spin valve, interface resistance due to mode mismatch, spin potentials, non-local spin voltage, spin moment and its transport, Landau – Lifshitz – Gilbert equation, and explanation on its basis why a magnet has an “easy axis”, nanomagnet dynamics by spin current, polarizers and analyzers of spin current, diffusion equation for ballistic transport and current in terms of non-equilibrium potentials are discussed in the frame of the «bottom – up» approach of modern nanoelectronics.*

**Keywords:** *nanophysics, nanoelectronics, molecular electronics, bottom – up, spintronics, spin valve, spin potential, spin moment, spin transport, spin current, magnetization, polarizer, analyzer, diffusion equation, ballistic transport.*

*Надійшла до редакції 25.03.2013  
Прийнята до публікації 26.09.2013*