

Д.Е. Сухарев, к.ф.-м.н., И.Н. Серга, ст.преп., А.Н.Шахман, асп.
Одесский государственный экологический университет
Херсонский государственный университет

ЭФФЕКТЫ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ТЕОРИИ КАОННЫХ СИСТЕМ

Работа посвящена разработке нового ab initio подхода к описанию энергетических параметров каонных атомных систем с корректным учетом релятивистских, радиационных, ядерных эффектов на основе уравнения Клейна-Гордона-Фока и оценке вклада эффектов сильного взаимодействия в энергии переходов.

Ключевые слова: релятивистский метод энергетические спектры, каонные атомы

Введение. В современной теории ядра и физике сильных взаимодействий в последние годы активное развитие получили исследования экзотических адронно-атомных систем, в частности, каонных (КА), пионных и др. атомов. Понятие экзотического атома было впервые введено в 1947г. еще Ферми, Теллером и Уилером с целью объяснения экспериментов по поглощению отрицательных мюонов в веществе. В последние годы изучение КА стало особенно актуальным как в свете известного прогресса экспериментальных исследований (на мезонных фабриках в лабораториях LAMPF (США), PSI (Швейцария), TRIUMF (Канада), ИЯФ (г. Троицк, Россия), RIKEN (КЕК, Япония), RAL (Великобритания), DEAR на установке ДАФНЕ (Италия) и др.), так и дальнейшего существенного развития ядерной теории. Изучение спектров КА (и в общем адронных атомов) представляет собой уникальное средство для изучения фундаментальных взаимодействий, включая проверку Стандартной модели, дает крайне важную информацию о свойствах ядра и самих адронов, о характере их взаимодействия с нуклонами в результате измерений энергий рентгеновских квантов, испускаемых при переходах адронов между ридберговскими состояниями, в принципе позволяет определять массы и магнитные моменты каонов, пионов, антипротонов, которые до сих пор являются наиболее точными. В современной математической и теоретической атомной физике имеется широкий круг различных методов расчета электронной структуры, энергетических и спектроскопических характеристик, в частности, методы самосогласованного поля Хартри-Фока и Дирака-Фока, методы квантового дефекта, модельного потенциала, функционала плотности, различные варианты теории возмущений (ТВ), включая ТВ Релея-Шредингера, Меллера-Плессета и т.д. (см., напр., [1-15]). Тем не менее, большинство из них до сих пор имеют целый ряд принципиальных недостатков (невыполнение принципа калибровочной инвариантности, использование неоптимизированных базисов орбиталей или недостаточно полный и корректный учет обменно-корреляционных поправок, плохая сходимость численных рядов, разложений по сферическим гармоникам и др.). Настоящая работа посвящена разработке нового подхода к описанию энергетических параметров КА с корректным учетом релятивистских, радиационных, ядерных эффектов на основе уравнения Клейна-Гордона-Фока и оценке вклада эффектов сильного взаимодействия в энергии переходов в спектрах ряда каонных атомов, включая атом водовода.

Основные уравнения. Основная идея подхода состоит в следующем. Рассмотрим КА с каоном, находящимся на достаточно высокой орбите, чтобы вклад сильного взаимодействия был заведомо мал, и предположим, что КА пока не содержит электронных оболочек. Уравнение Клейна-Гордона-Фока в отсутствие сильного взаимодействия запишется в стандартном виде (ниже используются атомные единицы)

$$m^2 c^2 \Psi_0(x) = \left\{ \frac{1}{c^2} [i\hbar \partial_t + eV_0(r)]^2 + \hbar^2 \nabla^2 \right\} \Psi_0(x), \quad (1)$$

и при переходе к стационарной задаче

$$\Psi_0(x) = \exp(-iE_0 t/\hbar) \varphi_0(r) \quad (2)$$

примет вид

$$\left\{ \alpha^2 [E - V_c(r)]^2 + \vec{\nabla}^2 - \mu^2 c^2 \right\} \psi(r) = 0, \quad (3)$$

где μ - приведенная масса каона, E - энергия каона, c - скорость света, V_c - сумма кулоновского ядерного потенциала, описывающего взаимодействие каона с конечно-размерным распределением заряда в ядре, вакуум-поляризационного потенциала и потенциала, обусловленного электронным зарядом (при наличии электронных оболочек).

Естественно далее с учетом сферической симметрии потенциала в (3) волновую функцию связанного состояния представить в обычной форме

$$\Psi_{nlm}(r) = Y_{lm}(\theta, \phi) [p_{nl}(r)/r]. \quad (4)$$

Следует учесть, что в отличие от дираковской теории атома, уравнение Клейна-Гордона-Фока является квадратичным по энергии. Следующее из (3) радиальное уравнений стандартным образом далее переписывается в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\frac{d}{dr} p = q, \quad (5a)$$

$$\frac{d}{dr} q = \left[\mu c^2 + \frac{l(l+1)}{r^2} - \alpha^2 (V_c - E)^2 \right] p, \quad (5b)$$

где p - радиальная часть волновой функции Клейна-Гордона-Фока.

При вычислении энергии используется условие, что функция q - непрерывна при $r=r_m$ (поворотная точка для потенциала V_c). Для уточнения полученного значения E используется стандартная процедура вариации p, q

$$(q + \delta q)_{r_m^+} = (q + \delta q)_{r_m^-}. \quad (6)$$

В уравнении (5б) значения p, q, E заменяются соответственно значениями $p + \delta p, q + \delta q, E + \delta E$ так что

$$\frac{d}{dr} p + \frac{d}{dr} \delta p = q + \delta q \quad (7)$$

и

$$\frac{d}{dr} \delta q = \left[\mu c^2 + \frac{l(l+1)}{r^2} - \alpha^2 (V_c - E)^2 \right] \delta p + 2\alpha^2 (V - E) \delta E p. \quad (8)$$

Умножая (7) на q и (8) на p и вычитая одно из другого, нетрудно получить

$$\frac{d}{dr} (p\delta q - q\delta p) = 2\alpha^2 (V_c - E) p^2 \delta E. \quad (9)$$

Объединяя (7) и (9) и интегрируя, можно получить следующее выражение для поправки к энергии (уравнение Клейна-Гордона-Фока)

$$\delta E = \frac{p(r_m) [q(r_m^+) - q(r_m^-)]}{2\alpha^2 \int_0^\infty (V_c - E) p^2 dr} \quad (10)$$

Аналогичную процедуру можно выполнить и для уравнения Дирака, в результате получается выражение вида

$$\delta E = \frac{p(r_m) [q(r_m^+) - q(r_m^-)]}{\alpha \left[\int_0^{r_m^-} (p^2 + q^2) dr + \int_{r_m^+}^\infty (p^2 + q^2) dr \right]}, \quad (11)$$

где, как обычно, p - большая, q - малая дираковские компоненты.

Можно показать, что знаменатель в вышеприведенных выражениях сходится к 1, тем самым сохраняется норма волновой функции. Численное решение системы уравнений Клейна-Гордона-Фока выполняется на основе итерационной процедуры с использованием метода Рунге-Кутты.

Важнейшим вопросом теории является адекватный выбор составляющих потенциала V_c в уравнениях (5). Ядерный потенциал определяется в модели Ферми, в рамках которой распределение заряда в ядре описывается функцией $\rho(r)$ вида [7,8]

$$c(r) = c_0 / \{1 + \exp[(r - c) / a]\}, \quad (12)$$

где параметр $a=0.523$ фм, а параметр c выбирается таким образом, чтобы среднеквадратичный радиус удовлетворял выражению

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = (0.836 \cdot A^{1/3} + 0.5700) \text{фм}. \quad (13)$$

Вакуум-поляризационный потенциал взят в форме, предложенной в [10] и детально описанной в [8]. Отметим, что для точечного ядра поляризационный потенциал Юлинга-Сербера (первый член разложения ТВ) имеет стандартный вид

$$U(r) = -\frac{2\alpha}{3\pi r} \int_1^\infty dt \exp(-2rt/\alpha Z) (1 + 1/2t^2) \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t^2} \equiv -\frac{2\alpha}{3\pi r} C(g), \quad (14)$$

$$g = r / \alpha Z.$$

В основе процедуры [10] лежит аппроксимация с высокой точностью точного потенциала Юлинга-Сербера аналитической функцией. Для ее определения используются известные асимптотики функции $C(g)$ в двух предельных случаях (см., напр., [8]):

$$C(g) \rightarrow \tilde{C}_1(g) = \ln(g/2) + 1.410548 - 1.037845g, \quad (15a)$$

$$g \rightarrow 0$$

$$C(g) \rightarrow \tilde{C}_2(g) = -1.8800 \exp(-g) / g^{3/2}. \quad (15b)$$

$$g \rightarrow \infty$$

Остальные тривиальные аспекты теории изложены в работах [14-16].

Результаты и выводы. В табл. 1 приведены экспериментальные и теоретические значения энергии (в кэВ) 2-1 перехода в КА водорода [1,2,15].

Экспериментальные данные получены Ito-Nakamura et al, а также Ishiwatari и SIDDHARTA коллаборацией [1,2]. Теоретические результаты получены на основе метода Indelicato et al [3] и нашего подхода.

Таблица 1- Экспериментальные $E_{\text{эксп}}$ и теоретические E_c значения энергии (кэВ) 2-1 перехода в КА водорода

$E_{\text{теор}}$ (наст)	$E_{\text{теор}}$ [3,14]	$E_{\text{эксп}}$ [1,2]
6,481	6,482	6,44±0,04
	6,480	6,675±0,35
		6,96±0,5

Как и в случае энергий атомных уровней, между теоретическими результатами (фактически электромагнитными вкладами в энергию перехода!) имеется достаточно хорошее согласие, что объясняется незначительной ролью радиационных поправок (при отсутствии электронов). Сильное каон-нуклонное взаимодействие индуцирует сдвиг и уширение 1s уровня в спектре каонного водорода. Соответствующий сдвиг при наличии экспериментального значения энергии перехода, скажем, $E_{\text{эксп}}(2p-1s)$ и «точно» определенной «электромагнитной» поправки E^{EM} определяется как

$$\Delta E(1s) = E_{\text{эксп}}(2p-1s) - E^{\text{EM}}(2p-1s). \quad (16)$$

Согласно измерениям M.Iwasaki et al (1997), а также Ito-Hayano-Nakamura (2007) (см. [1,2]), искомый сдвиг равен

$$\Delta E_{1s} = -323 \pm 63(\text{стат.}) \pm 11(\text{сист.}) \text{ эВ}. \quad (17)$$

Уместно далее привести результаты более ранних экспериментов (см. напр., [1]), в частности, согласно измерениям Davies et al (1979), $\Delta E_{1s} = 40-50 \text{ эВ}$, Bird et al (1983) $\Delta E_{1s} = 180-190$, Izyski et al (1980) $\Delta E_{1s} = 260-270 \text{ эВ}$. Наиболее точным в настоящее время принято считать эксперимент DEAR (DAΦNE Exotic Atom Research), выполненный на установке DAΦNE в лаборатории Frascati (Фраскати, Италия, 2005), который позволил получить следующее значение для энергетического сдвига вследствие сильного каон-ядерного взаимодействия

$$\Delta E_{1s} = -194 \pm 37(\text{стат.}) \pm 6(\text{сист.}) \text{ эВ}. \quad (18)$$

Используя теперь рассчитанные нами «электромагнитные значения энергии перехода и набор имеющихся последних экспериментальных значений нетрудно оценить сдвиг 1s уровня в КА водорода, обусловленный сильным каон-нуклонным взаимодействием. Для различных значений $E_{\text{эксп}}(2p-1s)$ нетрудно найти:

$$\Delta E_{1s} = -6440 + 6481 = 41 \text{ эВ}, \quad (19)$$

$$\Delta E_{1s} = -6675 + 6481 = -194 \text{ эВ}, \quad (20)$$

$$\Delta E_{1s} = -6960 + 6481 = -479 \text{ эВ}. \quad (21)$$

Как видно, второе значение (20) энергии сдвига отлично согласуется с экспериментальным результатом (18). Отсюда очевидным является выбор наиболее точного экспериментального результата из приведенных данных в табл. 1.

В заключение подчеркнем, что, разумеется, изучение КА водорода представляет фундаментальный интерес, однако, еще более интересное проявление эффектов сильного каон-нуклонного взаимодействия следует ожидать в тяжелых системах типа КА вольфрама, свинца, урана и др.

Автор выражает признательность проф. Глушкову А.В. и проф. Лободе А.В. за полезные обсуждения и критические замечания.

Список литературы

1. *Deloff A.* Fundamentals in Hadronic Atom Theory.- Singapore: World Sci., 2003.-352p.
2. *Hayano R.S., Hori M., Horvath D., Widman E.* Antiprotonic helium and CPT invariance// Rep. Prog. Phys.-2007.-Vol.70.-P.1995-2065.
3. *Santos J.P., Parente F., Boucard S., Indelicato P., Desclaux J.P.* X-ray energies of circular transitions and electron scattering in kaonic atoms//Phys.Rev.A.-2005.-Vol.71.-P.032501.
4. *Okada S., Beer G., Bhang H., et al* Precision measurement of the 3d→2p x-ray energy in kaonic ⁴He//Phys.Lett.B.-2007.-Vol.653, N 5-6.-P. 387-391.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика.- М.: Наука, 1977.-700с.
6. *Dyall K. G., Faegri K.Jr.* Introduction to relativistic quantum theory.-Oxford, Acad., 2007.-590p.
7. *Grant I. P.* Relativistic quantum theory of atoms and molecules.-N.-Y.: Springer, 2007.-286p.
8. *Глушков А.В.* Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.- Одесса: Астропринт, 2008.- 900с.
9. *Dorofeev D., Zon B., Kretinin I., Chernov V.* Method of quantum defect Green's function for calculating dynamic polarizability//Opt.Spectr.-2005.-Vol.99.-P.540-548.
10. *Ivanova E.P., Ivanov L.N., Glushkov A.V., Kramida A.E.* High order corrections in the relativistic perturbation theory with the model zeroth Approximation, Mg-like and Ne-like ions// Phys.Scripta.-1985.-Vol.32.-P.512-524.
11. *Glushkov A.V., Ivanov L.N.* Radiation decay of atomic states: atomic residue and gauge noninvariant contributions//Phys.Lett.A.-1992.-V.170.-P.33-37.
12. *Ivanova E.P., Grant I.P.* Oscillator strength anomalies in Ne isoelectronic sequence with applications to X-ray laser modeling// J.Phys.B.-1998.-Vol.31.-P.2871-2883.
13. *Glushkov A.V., Malinovskaya S.V., Khetselius O.Yu., Loboda A.V., Sukharev D.E., Lovett L.* The Green's functions method in quantum chemistry: New numerical algorithm for Dirac equation with complex energy and Fermi-model nuclear potential// Internat. Journal of Quantum Chemistry (USA).- 2009.-Vol.109.-P.1717-1727.
14. *Glushkov A.V., Sukharev D.E., Khetselius O.Yu., Loboda A.V., Gurnitskaya E.P.* Relativistic quantum chemistry of heavy ions and hadronic atomic systems: Spectra and energy shifts// Theory and Applications of Computational Chem.-2009.-Vol. 1102.-P.168-171.
15. *Tjurin A.V., Khetselius O.Yu., Sukharev D.E., Florko T.A.* Estimating of X-ray spectra for kaonic atoms as tool for sensing the nuclear structure// Sensor Electr. and Microsyst. Techn.-2009.- Vol.1(7).-P.30-35.
16. *Sukharev D.E.* Numerical models in a theory of the kaonic atoms and superheavy atomic ions: Spectra, energy shifts and widths// Proc. of International Conference on Mathematical Modeling and Computational Physics.-UINR-Dubna (Russia).-2009.-P.206-207.

Ефекти сильної взаємодії в теорії каонних систем. Сухарев Д.Є., Серга І.М., Шахман А.М.

Робота присвячена розробці нового ab initio підходу до опису енергетичних спектрів каонних атомних систем з коректним урахуванням релятивістських, радіаційних, ядерних ефектів на основі рівняння Клейна-Гордона-Фока та оцінці внеску ефектів сильної взаємодії в енергії переходів.

Ключові слова: релятивістський метод, енергетичні спектри, каонні атоми

String interaction effects in theory of kaonic systems. Sukharev D.E., Serga I.N., Shakhman A.N.

Paper is devoted to carrying out new ab initio approach to description of energy spectra for kaonic atomic systems with correct account of the relativistic, radiative, nuclear effects within the Klein-Gordon-Fock equation and estimation of the strong interaction effects to the transition energies.

Keywords: relativistic method, energy spectra, kaonic atoms