

**КІНЕТИЧНА ДИСПЕРСІЙНА МОДЕЛЬ СЕРЕДНЬОГО ПОЛЯ
ДЛЯ УЩІЛЬНЕННЯ ГРАНУЛЬОВАНИХ МАТЕРІАЛІВ**

Раніше запропоновану кінетичну модель вільного об'єму узагальнено на випадок квазі-двокомпонентної системи, яка складається з доменів двох типів із різним ступенем максимального ущільнення. Підхід, що базується на концепції середнього поля, дозволив встановити дисперсійний характер кінетики ущільнення гранульованих матеріалів, у полі слабких збурень.

Ключові слова: динамічні дисипативні системи, гранульовані матеріали, динамічні фазові перетворення, ущільнення.

Вступ

Серед найбільш специфічних властивостей гранульованих матеріалів ефекти ущільнення при зовнішніх струсах займають особливе місце [1-4]. У [5-7] була детально проаналізована модель середнього поля у застосуванні до опису кінетики вільного об'єму. У наближенні пуассонівської апроксимації для функції розподілу вакансій, які припускають заповнення частинками системи, було виявлено логарифмічний характер ущільнення із часом. У нашій роботі ми узагальнимо кінетичну модель вільного об'єму на випадок квазі-двокомпонентної системи, яка може бути застосована для опису як полідисперсних і багатокомпонентних, так і таких систем, що складаються з перемішаних впорядкованих доменів із різною симетрією ущільнення.

Запропонований підхід базується на парадигмі, яка полягає у тому, що система вважається розподіленою на домени двох типів, що відрізняються максимальним ущільненням вакансій, які можуть заповнюватися. Модель, таким чином, штучно розподіляє систему на конгломерації доменів, які розрізняються різним рівнем ущільнення.

1 Модель середнього поля кінетики вільного об'єму для монодисперсної системи

Розглянемо найпростішу кінетичну модель компактизації, яка базується на теорії вільного об'єму. Якщо ρ - густина гранул, а ω - об'єм кожної окремої гранули, тоді об'ємна фракція (параметр компактизації) η , яку займають гранули, надається у такому вигляді

$$\eta = \rho \omega. \quad (1)$$

Внаслідок компактизації гранульована система ущільнюється. При цьому повний об'єм системи зменшується, і відповідно зростають значення густини ρ та параметра компактизації η . Можна очікувати, що система досягне стану максимально можливого ущільнення, з відповідною густиною ρ_m і частиною зайнятого об'єму η_m (параметром компактизації), яку позначимо таким чином

$$\eta_m = \rho_m \omega. \quad (2)$$

У випадку твердих сферичних частинок, розподілених у тривимірному просторі, максимально можливе значення параметра компактизації η_m може бути розраховане точно і дорівнює 0.74 [8].

Система, яка характеризується параметром компактизації η_m має найменше значення середнього вільного об'єму v , у розрахунку на одну гранулу

$$v = \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_m} = \frac{u}{\eta} - \frac{u}{\eta_m} = u \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\eta_m} \right) = u \frac{\eta_m - \eta}{\eta \eta_m}. \quad (3)$$

Постулюємо, що імовірність для окремої частинки проковзнути крізь отвір між сусідніми частинками (Ω) задовольняє розподіл Пуассона $P(\Omega)$

$$P(\Omega) = \frac{1}{v} \exp\left(-\frac{\Omega}{v}\right), \quad (4)$$

де $\Omega \geq u$ - розмір отвору між сусідніми частинками.

Функція розподілу f у цьому випадку має вигляд

$$f = f(\Omega = u) = \exp\left(-\frac{u}{v}\right) = \exp\left(-\frac{\eta \eta_m}{\eta_m - \eta}\right). \quad (5)$$

Сформулюємо найпростіше кінетичне рівняння процесу у такому вигляді

$$\frac{d\eta}{d\tau} = k \cdot e^{-\frac{\eta \eta_m}{\eta_m - \eta}}, \quad (6)$$

де k - кінетичний коефіцієнт.

Зауважимо, що час ми фактично асоціюємо із кількістю струшувальних (циклів струсу), які збуджують систему.

Тепер уявімо собі, що система складається з суміші доменів двох типів з різним ступенем локальної компактизації (які характеризуються асимптотичними границями η_{m1} та η_{m2} , де $\eta_{m1} < \eta_{m2}$). Тоді кінетичне рівняння, що описує ущільнення, може бути записано у такій формі

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = c e^{-\frac{\eta_{m1} \eta}{\eta_{m1} - \eta}} + (1 - c) e^{-\frac{\eta_{m2} \eta}{\eta_{m2} - \eta}}, \quad (7)$$

де η_1 - початкова компактизація всієї системи; c - об'ємна фракція доменів з ущільненням гранул до значення η_{m1} (відіграє роль одного з кінетичних коефіцієнтів).

Модель, яка базується на використанні рівняння (7), таким чином, узагальнює монодисперсну модель кінетики вільного об'єму на випадок найпростішої (двокомпонентної) полідисперсної системи.

2 Розв'язок кінетичного рівняння

Формальний розв'язок рівняння (7) породжує функціональну форму

$$t = \int_{\eta_1}^{\eta} \frac{d\eta}{c e^{-\frac{\eta_{m1} \eta}{\eta_{m1} - \eta}} + (1 - c) e^{-\frac{\eta_{m2} \eta}{\eta_{m2} - \eta}}} = \int_{\eta_1}^{\eta} f(\eta) d\eta, \quad (8)$$

яка визначає залежність $\eta = \eta(t)$.

Дослідимо розв'язок інтеграла для різних інтервалів змін значень η . Для цього домножимо підінтегральну функцію $f(\eta)$ на фактор F , якій топологічно впорядковує інтервали змін значень η і конструюється за допомогою θ -функцій Хевісайда таким чином (див. рис.1)

$$F = \theta(\eta_{m1} - \eta) + \theta(\eta_{m2} - \eta) \theta(\eta - \eta_{m1}), \quad (9)$$

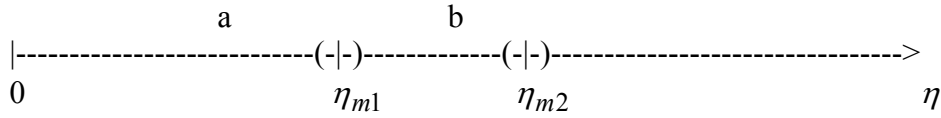


Рис.1 – Розподіл інтервалів значень η відносно точок η_{m1} та η_{m2} .

З урахуванням (9) інтеграл (8) має такий вигляд

$$t = \int_{\eta_1}^{\eta} [\theta(\eta_{m1} - \eta) \cdot f(\eta) + \theta(\eta_{m2} - \eta)\theta(\eta - \eta_{m1}) \cdot f(\eta)] d\eta. \quad (10)$$

Розглянемо розв’язки кінетичного рівняння дійсні у різних інтервалах значень η відносно η_{m1} та η_{m2} , які були визначені вище.

а) В інтервалі $0 < \eta < \eta_{m1}$, для якого виконується умова $\frac{\eta}{\eta_{m1}} < 1$ та $\frac{\eta}{\eta_{m2}} < 1$, інтеграл (10) спрощується до

$$t \approx \int_{\eta_1}^{\eta} \theta(\eta_{m1} - \eta) \cdot \frac{e^{\eta} d\eta}{c e^{\frac{\eta^2}{\eta_{m1}}} + (1-c) e^{\frac{\eta^2}{\eta_{m2}}}}, \quad (11)$$

точний розв’язок якого є

$$t \approx -\frac{\Gamma}{2} \left[e^{\Gamma} \text{Ei}(-\Gamma + \eta) - e^{-\Gamma} \text{Ei}(\Gamma + \eta) \right]_{\eta_1}^{\eta}, \quad (12)$$

$$\text{де } \Gamma = \left(c \frac{1}{\eta_{m1}} + (1-c) \frac{1}{\eta_{m2}} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Враховуючи властивості інтегральної експоненти [9], за умови $\frac{\eta}{\Gamma} < 1$, знаходимо

$$\eta \approx \Gamma \sqrt{\ln(t + t_0)} - \frac{1}{2} \Gamma^2, \quad (13)$$

де $t_0 = e^{\eta_1 + \left(\frac{\eta_1}{\Gamma}\right)^2}$ - стала величина, яка залежить від початкових умов (η_1).

б) В інтервалі $\eta_{m1} < \eta < \eta_{m2}$ ($\frac{\eta_{m1}}{\eta} < 1$; $\frac{\eta}{\eta_{m2}} < 1$), інтеграл (10) може бути апроксимовано формою

$$t \approx \int_{\eta_1}^{\eta} \theta(\eta_{m2} - \eta)\theta(\eta - \eta_{m1}) \cdot \frac{d\eta}{c e^{\eta_{m1} \left(1 + \frac{\eta_{m1}}{\eta}\right)} + (1-c) e^{-\eta \left(1 + \frac{\eta}{\eta_{m2}}\right)}}. \quad (14)$$

Розв’язок (14) знаходимо у такому вигляді

$$c e^{\eta_{m1}} \cdot t \approx \left\{ \eta e^{-\frac{\eta_{m1}^2}{\eta}} + \eta_{m1}^2 \text{Ei}\left(-\frac{\eta_{m1}^2}{\eta}\right) \right\}_{\eta_1}^{\eta}. \quad (15)$$

Користуючись (15), знаходимо

$$\eta = \frac{\eta_{m1}^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\eta_{m1}^4 + 4(\eta_{m1}^2 c e^{\eta_{m1}} \cdot t + \eta_1^2 - \eta_{m1}^2 \eta_1)}. \quad (16)$$

с) У випадку, коли $c \rightarrow 0$, з (14), отримуємо

$$t \approx \int_{\eta_1}^{\eta} \theta(\eta_{m2} - \eta) \theta(\eta - \eta_{m1}) \cdot \frac{d\eta}{(1-c)e^{-\eta \left(1 + \frac{\eta}{\eta_{m2}}\right)}}. \quad (17)$$

Розв'язок (17) має вигляд

$$(1-c)e^{\frac{\eta_{m2}}{4}} \cdot t \approx \frac{\sqrt{\pi \eta_{m2}}}{2} \operatorname{erfi} \left(\frac{1}{\sqrt{\eta_{m2}}} \left(\eta + \frac{\eta_{m2}}{2} \right) \right) \Bigg|_{\eta_1}^{\eta}. \quad (18)$$

Користуючись асимптотичним виразом для erfi [9] і розв'язком (18), маємо

$$\eta \approx \eta_1 + (1-c)e^{\frac{\eta_{m2}}{4}} \cdot t. \quad (19)$$

д) У випадках, коли $\eta \rightarrow \eta_{m1}$ ($\eta < \eta_{m1}$) та $\eta \rightarrow \eta_{m2}$ ($\eta_{m1} < \eta < \eta_{m2}$), інтеграл (10) може бути переписано у такому вигляді

$$t \approx \begin{cases} \frac{1}{(1-c)} \int_{\eta_1}^{\eta} e^{\frac{\eta_{m2}\eta}{\eta_{m2}-\eta}} d\eta, & \eta \rightarrow \eta_{m1}; \\ \frac{1}{c} \int_{\eta_1}^{\eta} e^{\frac{\eta_{m1}\eta}{\eta_{m1}-\eta}} d\eta, & \eta \rightarrow \eta_{m2}. \end{cases} \quad (20)$$

Розв'язки інтегралів (20) були отримані у [5-7]

$$e^{\eta_m k t} = -(\eta_m - \eta) \exp \left(\frac{\eta_m^2}{\eta_m - \eta} \right) \Bigg|_{\eta_1}^{\eta} - \eta_m^2 E_1 \left(-\frac{\eta_m^2}{\eta_m - \eta} \right) \Bigg|_{\eta_1}^{\eta}. \quad (21)$$

У границі $\eta \rightarrow \eta_{m1}$ з (21) отримуємо

$$\eta = \eta_{m2} \left(1 - \frac{\eta_{m2} \gamma_2}{1 + \gamma_2 \ln(1 + t/t_{02})} \right), \quad (22)$$

$$\text{де } k = \frac{1}{1-c}; \quad t_{02} = \frac{1}{k} \left(\frac{\eta_{m2} - \eta_1}{\eta_{m2}} \right)^2 \exp \left(\frac{\eta_{m2} \eta_1}{\eta_{m2} - \eta_1} \right); \quad \gamma_{02} = \frac{\eta_{m2} - \eta_1}{\eta_{m2}^2}.$$

Відповідно у границі $\eta \rightarrow \eta_{m2}$ маємо

$$\eta = \eta_{m1} \left(1 - \frac{\eta_{m1} \gamma_1}{1 + \gamma_1 \ln(1 + t/t_{01})} \right), \quad (23)$$

$$\text{де } k = \frac{1}{c}; \quad t_{01} = \frac{1}{k} \left(\frac{\eta_{m1} - \eta_1}{\eta_{m1}} \right)^2 \exp \left(\frac{\eta_{m1} \eta_1}{\eta_{m1} - \eta_1} \right); \quad \gamma_{01} = \frac{\eta_{m1} - \eta_1}{\eta_{m1}^2}.$$

Проаналізуємо поведінку η у інтервалі $\eta_{m1} < \eta < \eta_{m2}$, поблизу η_{m1} та η_{m2} більш детально.

У першому інтегралі (20), який реалізується за умови $\eta \rightarrow \eta_{m1}$ ($\eta < \eta_{m1}$), перейдемо до нової змінної $\varepsilon = \eta_{m1} - \eta > 0$. Тоді отримуємо

$$-(1-c)t = \int_{\eta_1}^{\eta} \exp \left(\frac{\eta_{m2}\eta_{m1}}{\eta_{m2}-\eta_{m1}} \cdot \frac{1-\frac{\varepsilon}{\eta_{m1}}}{1+\frac{\varepsilon}{\eta_{m2}-\eta_{m1}}} \right) d\varepsilon, \quad (24)$$

де ε - малий параметр. З урахуванням умови $\varepsilon \ll \eta_{m2} - \eta_{m1}$, розв'язок (24) припускає очевидне спрощення

$$(1-c)e^{-\frac{\eta_{m2}\eta_{m1}}{\eta_{m2}-\eta_{m1}} \frac{\eta_{m2}^2}{(\eta_{m2}-\eta_{m1})^2} t} = e^{-\frac{\eta_{m2}^2}{(\eta_{m2}-\eta_{m1})^2} (\eta_{m1}-\eta)} \Big|_{\eta_1}^{\eta}. \quad (25)$$

З (25) знаходимо

$$\eta = \eta_1 + \left(1 - \frac{\eta_{m1}}{\eta_{m2}}\right)^2 \ln \left\{ 1 + (1-c)e^{\frac{\eta_{m2}\eta_{m1}^2 - \eta_{m2}^2\eta_1}{(\eta_{m2}-\eta_{m1})^2} \frac{\eta_{m2}^2}{(\eta_{m2}-\eta_{m1})^2} t} \right\}. \quad (26)$$

З (26) випливає, що на малих часах поведінка $\eta(t)$ апроксимується таким наближенням

$$\eta = \eta_1 + (1-c)e^{\left(\frac{\eta_{m1}}{\eta_{m2}}\eta_{m1}-\eta_1\right) \left(1-\frac{\eta_{m1}}{\eta_{m2}}\right)^2} t. \quad (27)$$

Асимптотично розв'язок (26) набуває вигляду

$$\eta = \frac{\eta_{m1}^2}{\eta_{m2}} + \left(1 - \frac{\eta_{m1}}{\eta_{m2}}\right)^2 \ln \left((1-c) \frac{\eta_{m2}^2}{(\eta_{m2}-\eta_{m1})^2} \cdot t \right). \quad (28)$$

У (28) відсутня η_1 , яка несе у собі інформацію про початковий стан компактизації. Таким чином, на великих часах, у певному інтервалі значень η , система може втратити «пам'ять» про початковий стан. Така поведінка характерна для метастабільних станів.

Якщо у другому інтегралі (20) перейти до інтегрування за малою величиною $\varepsilon = \eta - \eta_{m1} > 0$, знаходимо вираз для η

$$\eta = \eta_{m1} - \frac{\eta_{m1}^2}{\ln \left(c \frac{e^{\eta_{m1}}}{\eta_{m1}^2} \cdot t + \left(\frac{\eta_1 - \eta_{m1}}{\eta_{m1}^2} \right)^2 e^{-\frac{\eta_{m1}}{\eta_1 - \eta_{m1}}} \right)}. \quad (29)$$

Якщо у другому інтегралі (20) при $\eta \rightarrow \eta_{m2}$, перейти до нової змінної $\varepsilon = \eta_{m2} - \eta > 0$, тоді після розв'язку отримуємо вираз для η у вигляді

$$\eta \approx \eta_{m2} + \frac{(\eta_{m2} - \eta_{m1})^2}{\eta_{m1}^2} \cdot \ln \left(e^{-\frac{\eta_{m1}^2}{(\eta_{m2}-\eta_{m1})^2} (\eta_{m2}-\eta_1)} + \frac{\eta_{m1}^2}{(\eta_{m2}-\eta_{m1})^2} c e^{\frac{\eta_{m1}\eta_{m2}}{\eta_{m2}-\eta_{m1}}} \cdot t \right). \quad (30)$$

Таким чином, нами отримані точні розв'язки модельного кінетичного рівняння (7), які діють в інтервалах змін η і дозволяють побудувати фазову діаграму, яка описує ущільнення гранульованих матеріалів.

Результати розв'язків, які були описані вище, зібрані у табл.1.

Таблиця 1 – Точні розв'язки кінетичного рівняння для дисперсійної моделі

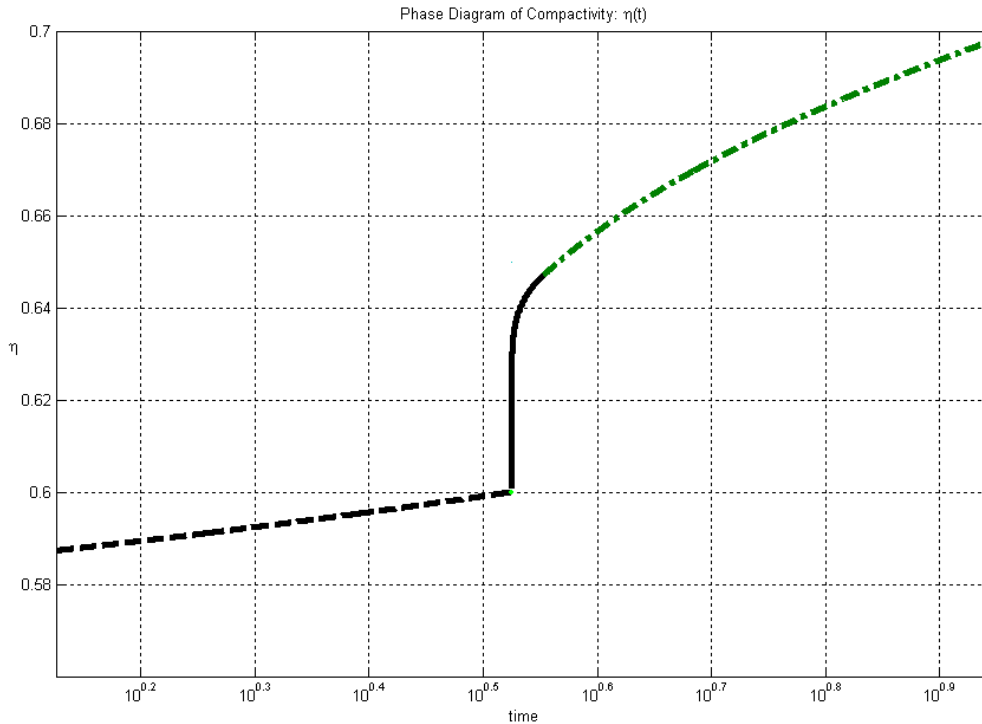
№	Умова існування розв'язку	Тип релаксації	Розв'язок кінетичного рівняння
1	$0 < \eta < \eta_{m1} \left(\frac{\eta}{\eta_{m1}} < 1 \text{ та } \frac{\eta}{\eta_{m2}} < 1 \right)$	$\sim \sqrt{\ln t}$	$\eta \approx \Gamma \sqrt{\ln(t+t_0)} - \frac{1}{2} \Gamma^2$
2	$\eta_{m1} < \eta < \eta_{m2} \left(\frac{\eta_{m1}}{\eta} < 1; \frac{\eta}{\eta_{m2}} < 1 \right)$	$\sim \sqrt{t}$	$\eta \approx \frac{\eta_{m1}^2}{2} + C_2 \sqrt{1+t/t_{20}}$
3	$\eta_{m1} < \eta < \eta_{m2} \left(\frac{\eta_{m1}}{\eta} < 1; \frac{\eta}{\eta_{m2}} < 1 \right),$ $c \rightarrow 0$	$\sim t$	$\eta \approx \eta_1 + (1-c) e^{\frac{\eta_{m2}}{4} \cdot t}$
4	$\eta \rightarrow \eta_{m1}$	$\sim 1/\ln t$	$\eta = \eta_{m2} \left(1 - \frac{\eta_{m2} \gamma_2}{1 + \gamma_2 \ln(1+t/t_{02})} \right)$
5	$\eta \rightarrow \eta_{m2}$	$\sim 1/\ln t$	$\eta = \eta_{m1} \left(1 - \frac{\eta_{m1} \gamma_1}{1 + \gamma_1 \ln(1+t/t_{01})} \right)$
6	$\eta \rightarrow \eta_{m1} \left(\eta < \eta_{m1} \right),$ $\varepsilon = \eta_{m1} - \eta > 0$	$\sim \ln t$	$\eta \approx \eta_{m1} + \Delta\eta_2^2 (C_6 + \ln(1+t/t_{06}))$
7	$\eta \rightarrow \eta_{m1}, \left(\eta > \eta_{m1} \right), \varepsilon = \eta - \eta_{m1} > 0$	$\sim 1/\ln t$	$\eta \approx \eta_{m1} - \eta_{m1}^2 / (C_7 + \ln(1+t/t_{07}))$
8	$\eta \rightarrow \eta_{m2}, \left(\eta < \eta_{m2} \right), \varepsilon = \eta_{m2} - \eta > 0$	$\sim \ln t$	$\eta \approx \eta_{m2} + \Delta\eta_1^2 (C_8 + \ln(1+t/t_{08}))$

де $\Delta\eta_1$ та $\Delta\eta_2$ - прикомпресія нормована на η_{m1} та η_{m2} відповідно;
 $t_0, t_{20}, t_{02}, t_{01}, t_{06}, t_{07}, t_{08}$ - характерні часи релаксації;
 $\Gamma, C_2, C_6, C_7, C_8, \gamma_1, \gamma_2$ - сталі.

3 Побудова фазової діаграми ущільнення

Отримані розв'язки (див. п.2) вказують на дисперсійний характер кінетики ущільнення гранульованих матеріалів. Наприклад, якщо c не дорівнює 0, ущільнення (за умови $\eta < \eta_{m1}$) відбувається за законом $\sim \sqrt{\ln t}$ (див. (13)). У випадку коли η змінюється в інтервалі $\eta_{m1} < \eta < \eta_{m2}$, компактизація протікає більш швидко, а саме, за законом $\sim \sqrt{t}$ (див. (16)). Якщо $c \rightarrow 0$, згідно із (19) η змінюється пропорційно часу. Розв'язки (22) та (23) виявляють логарифмічно повільний закон релаксації η та дозволяють зшити розв'язки (13) та (16) (і (19)) у безпосередньому наближенні до η_{m1} та η_{m2} . З (26) зокрема впливає, що поблизу $\eta = \eta_{m1}$ можливі як лінійний (див. (27)), так і логарифмічний (див. (28)) сценарії релаксації, які діють відповідно на малих та асимптотично великих часах.

Фазова діаграма, побудована за результатами детальних розв'язків поблизу η_{m1} та η_{m2} , які було здійснено у п.2, представлена на рис.2. Для визначеності при побудові фазової діаграми було покладено: $\eta_{m1} = 0.6$, $\eta_{m2} = 0.7$, $c = 0.3$.



пунктир $\sim t$ (26), суцільна лінія $\sim 1/\ln t$ (29), крапка-тире $\sim \ln t$ (30)

Рис.2 – Фазова діаграма ущільнення у гранульованому матеріалі ($\eta_{m1} = 0.6$, $\eta_{m2} = 0.7$, $c = 0.3$).

Перш за все (окрім, дисперсійного характеру кінетики ущільнення, на який вже вказувалось) звернемо увагу на різку зміну характеру кінетики поблизу $\eta = \eta_{m1}$. Така поведінка нагадує фазову діаграму параметра впорядкування, яка відповідає фазовому переходу [10].

Кінетичні фазові діаграми, побудовані для різних значень об'ємної фракції c кластерів з впорядкуванням першого типу, вказують на те, що характерні часи релаксації ущільнення поблизу η_{m2} можуть бути різними. Зокрема, із зменшенням c характерний час релаксації починає зростати. Вище визначена поведінка добре узгоджується з чисельними експериментальними даними, які свідчать про суттєве уповільнення процесу ущільнення поблизу стану системи, який характеризується максимальним ущільненням.

Якщо кваліфікувати такий сценарій компактизації як критичне уповільнення релаксації параметра впорядкування (critical slowing down), тобто як «застрягання» системи у повільно релаксуючому гетерофазному стані, то встановлений дисперсійний характер релаксації суттєво доповнює картину кінетики фазових перетворень у конденсованій речовині [10-12].

Висновки

Для опису кінетики полідисперсних гранульованих матеріалів, збурених зовнішніми полями, запропонована модель середнього поля. Вперше аналітично описаний дисперсійний характер кінетики ущільнення гранульованих матеріалів під впливом зовнішніх збурень. Наявність стаціонарних станів, поблизу яких застосовується модель, підтверджується експериментальними і теоретичними

дослідженнями [5,13]. Побудована фазова діаграма, яка описує ущільнення в рамках моделі і дозволяє параметризувати відповідний процес у термінах характеристик моделі: рівнів ущільнення гранул у доменах різних типів, їх об'ємної фракції у системі, початкового ущільнення системи, прикомпресії (яка є нормованою різницею ущільнення гранул у доменах).

Список літератури

1. Jaeger H.M., Nagel S.R., Behringer R.P. The physics of granular materials. //Rev.Mod.Phys.-1996.-Vol.68.- P.1259-1272.
2. Duran J. Sands, powders and grains.-New York: Springer-Verlag, 2000.-200 p.
3. Kadanoff L. Built upon sand: theoretical ideas inspired by granular flows. //Rev.Mod.Phys.-1999.-Vol.71.-P.435-447.
4. De Gennes P.G. Granular matter: a tentative view. //Rev.Mod.Phys.-1999.-Vol.71,S.- P.374-385.
5. N. Vandewalle, G. Lumay, O. Gerasymov, and F. Ludewig The influence of grain shape, friction and cohesion on granular compaction dynamics. //Eur. Phys. J. E - 2007.- Vol.22, 241-248.
6. Gerasymov O.I., Khudyntsev N.N., Klymenkov O.A., Spivak A.Ya. The kinetics of processes occurring in granular materials in the field of vibroaccelerations. //Ukr.Journ.Phys. -2005.-Vol.50, №6. -P.624-632.
7. Герасимов О.І., Клименков О.А., Спивак А.Я., Худинцев М.М. Кінетика гранульованих матеріалів у полі віброприскорювань. //Вісник ОДЕКУ.-2006.-№3.- С.247-252.
8. Гирифельдер Д.О. (и др.) Молекулярная теория жидкостей и газов.-М.: Мир, 1973.- 350 с.
9. Abramowitz M, Stegun I.A. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables.-Washington: US GPO, 10th, 1972.-1046 p.
10. Patashinski A.Z., Pokrovsky V.L. Fluctuational theory of phase transitions.-Moscow: Nauka, 1982.
11. Gerasimov O.I., Fisher I.Z., Lizy V. The kinetic of phase transitions in systems with nonconservative order parameter. //Czech.Journ.Phys.-1982.-Vol.B32.-P.772-776.
12. Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. Fizicheskaya Kinetika (Physical Kinetics).-Moscow: Nauka, 1979; Translated into English (Oxford: Pergamon Press), 1981.
13. Герасимов О.І., Ванделлале Н., Спивак А.Я., Худинцев М.М., Люмс Г., Дорболло С., Клименков О.А. Стаціонарні стани у 1D системі непружних частинок //Укр.фіз.журн. -2008.- Т.53, № 11. – С.1129-1137.

Кинетическая дисперсионная модель среднего поля для упаковки гранулированных систем. Герасимов О.И., Спивак А.Я.

Ранее предложенная кинетическая модель свободного объема обобщена на случай квази-двухкомпонентной системы, состоящей из доменов с различной степенью максимальной упаковки. Подход, основанный на концепции среднего поля, позволил установить дисперсионный характер кинетики упаковки гранулированных материалов, в поле слабых возмущений.

Ключевые слова: динамические диссипативные системы, гранулированные материалы, динамические фазовые переходы, упаковка.

The mean field model of dispersive kinetics for compaction in the granular materials. Gerasymov O.I., Spivak A.Ya.

In what follows we generalize the free volume kinetic model for quasi bi-component system which consist on the domains of two types with a different limits of local compaction. Such a mean-field model approach allow us to outline the dispersive kinetics of weakly perturbed granular materials.

Key words: dynamic dissipative systems, granular material, dynamic phase transition, compaction.