УДК 551.509.328 + 517.938

А.В.Глушков, *д.ф.-м.н., проф.,* **Э.Н. Серга,** *к.геогр.н.***, Ю.Я. Бунякова,** *асс.*
Одесский государственный экологический университет

ХАОС ВО ВРЕМЕННЫХ РЯДАХ КОНЦЕНТРАЦИЙ ПЫЛИ В АТМОСФЕРЕ ПРОМЫШЛЕННОГО ГОРОДА (НА ПРИМЕРЕ г. ОДЕССЫ)

На основе метода корреляционной размерности и алгоритма Грассбергера-Прокаччи выполнен анализ временных рядов концентраций атмосферной пыли на двух постах г. Одессы и рассчитан спектр корреляционных размерностей, доказывающие наличие хаоса. Полученные численные оценки согласуются с данными по спектру размерностей Ляпунов, размерности Калана-Йорка и энтропии Колмогорова.

Ключевые слова*: временные ряды концентраций, атмосферная пыль, метод корреляционной размерности, хаос, Одесса*

Введение. Общеизвестно, загрязнение атмосферы является наиболее опасным фактором для человека, флоры и фауны, а обеспечение ее чистоты является наиболее сложной и актуальной проблемой современной атмосферной экологии. Одним из ключевых аспектов проблемы является то, что состав атмосферы промышленного города формируется под воздействием множества факторов, в число которых входят характеристики источников загрязнения, их расположение на местности, климатические и гидрометеорологические параметры, особенности архитектуры города, процессы энергообмена и переноса, диссипативность и релаксация, самоочистка и регенерация, и т.д. Важнейшее значение приобретает математический аспект проблемы, связанный с адекватным анализом временных рядов концентраций загрязняющих атмосферу веществ.

В современной теории прогнозов временной ряд рассматривается как реализация случайного процесса, когда случайность является результатом сложного движения с многими независимыми степенями свободы. Альтернативой случайности является хаос, который имеет место в очень простых детерминистических системах (см., напр., [1-20]). Первая задача любого исследования состоит в том, чтобы на основе данных измерений восстановить фазовое пространство системы. Естественно, что восстановить бесконечное число степеней свободы только на основе $s(n)$ невозможно. Однако можно принять точку зрения, согласно которой измеренные величины, определяющие диссипативную систему, лежат на геометрическом объекте (аттракторе) намного меньшей, чем у реального пространства состояний, размерности. Поэтому можно рассматривать методы для моделирования эволюции на аттракторе, а не эволюции в полном оригинальном фазовом пространстве с бесконечной размерностью. Вторая задача сводится к прогнозу будущего состояния системы на основе восстановленного фазового пространства. Здесь следует отметить, что в очень редких случаях восстановление фазового пространства может привести к системе дифференциальных уравнений. Одним из ограничений, препятствующим этому, является наличие в измерениях шума, что характерно и для большинства процессов, протекающих в природе. Естественно, этот шум может быть отфильтрован при восстановлении аттрактора, что приведет к более точной идентификации динамики системы. Однако наличие шума все равно скажется на качестве прогноза. Методика работы с хаотическим временным рядом может быть сведена к нескольким процедурам: идентификации хаотического режима, реконструкции фазового пространства, классификации временных рядов, построению модели прогноза [4,5,20,21]. В предыдущих работах, в частности, [4,5,20], метод нелинейного прогноза применялся к анализу временных рядов концентраций атмосферной пыли, двуокиси азота и сернистого ангидрида на двух постах Гданьского региона и г. Одессы. Далее был восстановлен спектр размерностей Ляпунова и на его основе рассчитаны размерность Калана-Йорка и энтропия Колмогорова, которая обратно пропорциональна пределу предсказуемости. Показано, что даже простая методика построения модели дает удовлетворительные результаты прогноза.

Целью настоящей работы является проведение аналогичной программы исследований для атмосферной пыли в г. Одессе и, в частности, использование алгоритма Грассбергера-Прокаччи для выявления размерности соответствующего аттрактора при анализе временных рядов концентраций атмосферной пыли (1976-2002) для г. Одессы.

Данные и методика исследования. Перед тем, как представить некоторые результаты расчетов методами теории хаоса по данным концентраций пыли в Одессе [20], сделаем некоторые замечания, относящиеся к качеству этих данных. Как уже отмечалось выше, для того, чтобы использование методов теории хаоса дало адекватные результаты, необходим достаточно длинный ряд наблюдений (в случае Гданьского региона [5,19] длина ряда составляла 8760 значений), причем в этом ряду должны отсутствовать «белые пятна», связанные остановкой приборов для измерения концентраций на профилактику или какими-нибудь другими причинами. Естественно, что для восстановления недостающих исходных данных может быть использован некоторый метод интерполяции. Однако такой подход не может дать удовлетворительного результата в случае хаотической системы. Дело в том, что применение интерполяции приводит к появлению либо стохастических, либо регулярных участков орбиты (в зависимости от используемого метода интерполяции), а это, в свою очередь нарушает хаотичность аттрактора. По сути, единственным методом интерполяции в этом случае может быть использование самих методов теории хаоса для восстановления недостающих данных, например, метода нелинейного прогноза. Действительно, если ряд непрерывных наблюдений достаточно велик (несколько тысяч значений) и он прерывается не очень длинным (не более предела предсказуемости) периодом, для которого наблюдения отсутствуют, то методы теории хаоса позволяют с достаточной точностью, как, например, показано в [4,5,19] восстановить недостающие данные.

Теоретически, длина временного ряда среднесуточных концентраций атмосферной пыли за период с 1976 по 2002 год должна составлять 9862 значений, что является вполне достаточным для адекватного восстановления аттрактора в случае, если наблюдается хаотический режим. Однако для такого временного ряда характерно большое количество недостающих данных, причем восстановление их методами теории хаоса не представляется возможным. Более того, некоторое количество отсутствующих значений присутствует также и во временном ряду средних за неделю величин концентраций, длина которого составляет 1408 значений. Лишь временные ряды средних значений за половину месяца и месяц могут считаться полностью непрерывными, однако длина этих рядов (648 и 324 соответственно) не является вполне достаточной для восстановления аттрактора. Тем не менее, в этой статье использованы результаты для временного ряда пыли на посту 18 (рис.1.) в Одессе с осреднением в одни сутки, неделю, половину месяца и месяц. Для этого ряда при достаточно небольших размерностях вложения был достигнут так называемый критерий 3% ближайших соседних точек [5,20].

Если динамическая система является нелинейной, применение преобразования Фурье не даст, скорее всего, какого-либо удовлетворительного результата, как в случае линейной системы. Связано это с тем, что процессы, приводящие к хаотическому режиму, являются фундаментально многомерными. Поэтому необходимо восстанавливать фазовое пространство системы, как можно лучше используя информацию, содержащуюся в $s(n)$.

Этот процесс реконструкции приведет некоему набору d-мерных векторов $\mathbf{y}(n)$, которые заменят наблюденные скалярные данные, и заключается в сочетании динамических концепций о нелинейных системах, как о генераторах информации, и геометрических представлений о том, как обнаружить аттрактор при помощи координат, определенных на основе их информационно-теоретического содержания. Ранее Пекад и др. [22] представили соображения об использовании координат с временной задержкой для реконструкции

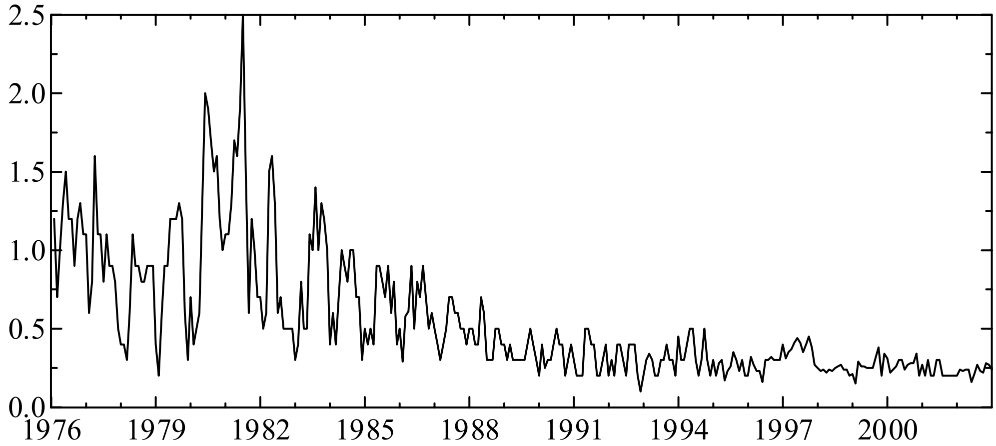

Рис. 1 - Вариации концентраций атмосферной пыли в г. Одесса (1976-2002гг.).

фазового пространства наблюденной динамической системы и, как следствие, производной по времени от s. Основная их идея заключается в том, в действительности нет необходимости иметь производные, чтобы сформировать систему координат, в которой захвачена структура орбит в фазовом пространстве, а можно напрямую использовать запаздывающие переменные $s(n + \tau)$, где τ – некоторое целое число, которое нужно определить. Тогда, используя совокупность временных задержек для создания вектора в d-мерном пространстве

$$\mathbf{y}(n) = [s(n), s(n + \tau), s(n + 2\tau), \dots, s(n + (d-1)\tau)], \tag{1}$$

можно получить требуемые координаты. В нелинейной системе $s(n + j\tau)$ – некоторая (неизвестная) нелинейная совокупность реальных физических переменных. То, что такая методика вполне удовлетворительно работает, можно увидеть на примере классического аттрактора Лоренца [6], показанного в работе Абарбанела и др. [1]. Ключевой вопрос, возникающий далее – это выбор размерности вложения. Целью определения размерности вложения является восстановление настолько большого Евклидова пространства R^d, чтобы весь ряд точек размерности d_A мог быть развернут без какой-либо неопределенности. Согласно положениям теоремы вложения важно иметь такую размерность d_E, чтобы она была больше d_A, тогда как выбор $d_E < d_A$ неприемлем в любом случае. Другими словами, не нужно искать размерность d_A, а можно взять какую-ту заведомо большую размерность d_E. Например, в случае низкоразмерного хаоса можно априори задать размерность вложения 10 или даже 15, что с точки зрения математики будет вполне приемлемо. Однако при этом возникают две проблемы. Во-первых, большинство данных требуют перебора вариантов при компьютерных расчетах в пространстве R^d, и машинное время экспоненциально возрастает в зависимости от размерности вложения. Во-вторых, в присутствии шума или других высокочастотных компонентов во временных рядах, в «дополнительные» размерности, не обусловленные динамикой системы, попадают исключительно высокочастотные составляющие сигнала. Поэтому нужно отыскать именно размерность d_A. Хотя методик, позволяющих восстановить размерность аттрактора достаточно много (см., например, обзоры Абарбанела и др. [1] и Сивакумара [2]), ниже мы воспользуемся методикой, называемой методом корреляционной размерности. Следует отметить, что эта методика является одной из наиболее широко используемых при исследовании наличия хаоса во временных рядах. Фактически ключевым здесь является использование корреляционного интеграла функции $C(r)$ для того, чтобы найти различия между хаотическими и стохастическими системами. Для расчета корреляционного интеграла используем известный алгоритм Грассбергера-Прокаччиа [9], в соответствии с которым

$$C(r) = \lim_{N\to\infty} \frac{2}{N(n-1)} \sum_{\substack{i,j \\ (1\le i<j\le N)}} H\left(r - \| \mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j \|\right), \qquad (2)$$

где H – ступенчатая функция Хевисайда, $H(u) = 1$ для $u > 0$ и $H(u) = 0$ для $u \le 0$;
r – радиус сферы с центром в $\mathbf{y}_i$ или $\mathbf{y}_j$, N – длина временного ряда.

Если временной ряд характеризуется аттрактором, то корреляционный интеграл $C(r)$ соотносится с радиусом r посредством

$$d_2 = \lim_{\substack{r\to 0 \\ N\to\infty}} \frac{\log C(r)}{\log r}, \qquad (3)$$

где d_2 – корреляционная размерность, которую можно определить как наклон линии в координатах $\log C(r)$ и $\log r$ посредством среднеквадратического подбора прямой линии в некотором диапазоне r, называемом диапазоном масштабирования.

Если корреляционная размерность достигает насыщения на некотором значении размерности вложения, то динамика системы в целом рассматривается как хаотическая. Значение корреляционной размерности, при котором она достигает насыщения, определяется как корреляционная размерность аттрактора (d_A). Ближайшее целое число большее, чем d_2, дает оптимальную (необходимую) размерность вложения d_E для реконструкции фазового пространства или количество переменных, необходимых для моделирования динамики системы. Если корреляционная размерность неограниченно увеличивается с ростом размерности вложения, динамика системы рассматривается как стохастическая.

Результаты исследования и выводы. На рис.2 приведены результаты нашого вычисления соотношения между корреляционной размерностью и размерностью вложения для ряда концентраций атмосферной пыли в г. Одесса (1976-2002гг.).

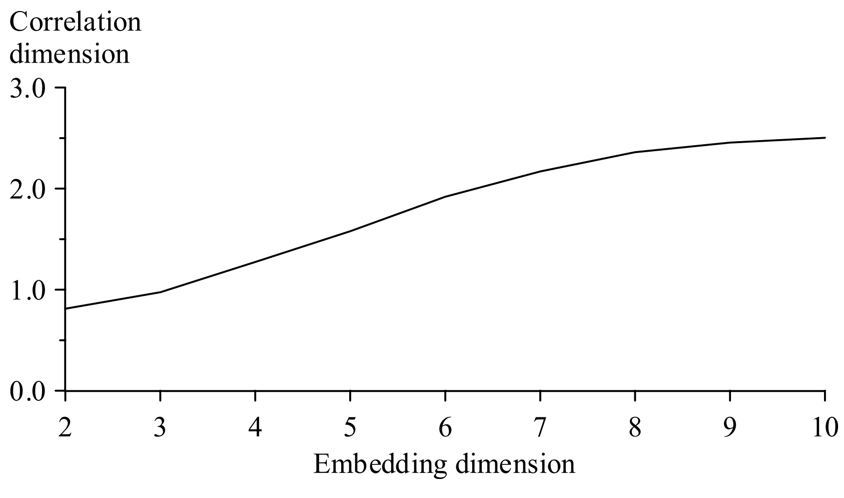

Рис. 2 – Соотношение между корреляционной размерностью и размерностью вложения для ряда концентраций атмосферной пыли в г. Одесса (1976-2002).

В табл.1 приведены суммарные данные для следующих параметров: **в**ременная задержка (τ), размерность Каплана-Йорка (d_L), предел предсказуемости (Pr_{max}, сутки), показатель K, коэффициент корреляции (r) между фактическим и прогностическим рядами и среднеквадратическая ошибка прогноза (σ) на один срок вперед для концентрации пыли на посту 18 в г. Одессе для рядов с осреднением в сутки, неделю, половина месяца и месяц за период с 1976 по 2002 г. [4,20]. В [20] проверки, насколько хорошо было определяется наличие хаотического режима во временных рядах, использовался метод «замещенных данных». Основной результат настоящего анализа с использованием метода корреляционной размерности (алгоритма Грассбергера-Прокаччи) сводится к заключению, что рассматриваемые здесь временные ряды концентраций пыли с различным осреднением могут определенно рассматриваться как хаотические.

Таблица 1 - Временная задержка (τ), размерность Каплана-Йорка (d_L), предел предсказуемости (Pr_{max}, сутки), показатель K, коэффициент корреляции (r) между фактическим и прогностическим рядами и среднеквадратическая ошибка прогноза (σ) на один срок вперед для концентрации пыли на посту 18 в г. Одессе для рядов с осреднением в сутки, неделю, половина месяца и месяц за период с 1976 по 2002 г. [4,20]

Период осреднения	τ	d_L	Pr_{max}	K	r	σ
Сутки	18	3,83	4	0,12	0,72	0,10
Неделя	16	4,71	14	0,25	0,69	0,09
половина месяца	10	4,95	15	0,43	0,76	0,12
Месяц	8	5,32	30	0,46	0,80	0,10

Наконец, уместным является комментарий, приводившийся при решении других аналогичных программ исследований [4,5,19-21], о том, что применение методов теории хаоса к временным рядам концентраций загрязняющих веществ в атмосфере промышленных городов является абсолютно корректным. Более того, результаты настоящей работы, а также работ [4,5,19,20] демонстрируют уникальные возможности адекватного решения задачи восстановления, прогноза в долгосрочном плане динамики колебания и эволюционных изменения полей концентрации вредных примесей в атмосфере промышленных городов и мегаполисов, где данные по загрязнению воздушного бассейна практически отсутствуют. Представляет также значительный интерес провести аналогичную программу исследований для атмосферы не только промышленных городов, но и к примеру, для Антарктиды, где в последнее десятилетие собраны уникальные данные по концентрациям различных химических веществ (см., напр., [23]).

Список литературы

1. *Abarbanel H.D.I., Brown R., Sidorowich J.J., Tsimring L.Sh.,* The analysis of observed chaotic data in physical systems // Rev. Mod. Phys.-1993.- Vol.65.-P.1331-1392.
2. *Sivakumar B.* Chaos theory in geophysics: past, present and future // Chaos, Solitons & Fractals.-2004.-Vol.19,№ 2.-P. 441-462.
3. *Chelani A.B.* Predicting chaotic time series of PM10 concentration using artificial neural network // Int. J. Environ. Stud.-2005.-Vol.62.-P. 181-191.
4. *Glushkov A.V., Bunyakova Yu.Ya., Khokhlov V.N., Prepelitsa G.P., Tsenenko I.A.* Sensing air pollution field structure in the industrial city's atmosphere: stochasticity and effects of chaos // Sensor Electr. and Microsyst. Tech.-2005.-№.1.-P. 80-84.
5. *Глушков А.В., Хохлов В.Н.,Сербов Н.Г, Бунякова Ю.Я, Балан А.К., Баланюк Е.П.,* Низкоразмерный хаос во временных рядах концентраций загрязняющих веществ в атмосфере и гидросфере// Вестник Одесск.гос.экололог.ун-та.-2007.-N4.-С.337-348.
6. *Lorenz E.N.* Deterministic nonperiodic flow // J. Atmos. Sci.-1963.-Vol.20.-P.130-141.
7. *Песин Я.Б.* Характеристические показатели Ляпунова и гладкая эргодическая теория // Успехи мат. наук.-1977.-Т. 32,№ 1.-С. 55-112.
8. *Kaplan J.L., Yorke J.A.* Chaotic behavior of multidimensional difference equations // Functional differential equations and approximations of fixed points. Lecture Notes in Mathematics No. 730 / H.-O. Peitgen, H.-O. Walter (Eds.). Berlin: Springer, 1979.-P.204-227.

9. *Grassberger P., Procaccia I.,* Measuring the strangeness of strange attractors // Physica D.-1983.–Vol.9.–P.189-208.
10. *Sano M., Sawada Y.* Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series // Phys. Rev. Lett.-1985.-Vol.55.-1082-1085.
11. *Rissanen J.* Stochastic complexity in statistical inquiry.-Singapore: World Sci., 1989.-177P.
12. *Schreiber T.* Interdisciplinary application of nonlinear time series methods // Phys. Rep.- 1999.-Vol.308.-P.1-64.
13. *Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Prepelitsa G.P., Tsenenko I.A*., Temporal variability of the atmosphere ozone content: Effect of North-Atalantic oscillation// Optics of atmosphere and ocean.-2004.-Vol.14,N7.-p.219-223.
14. *Tsonis A.A., Elsner J.B.,* Global temperature as a regulator of climate predictability // Physica D.-1997.-Vol.108, № 1-2.- P.191-196.
15. *Islam M.N., Sivakumar B.* Characterization and prediction of runoff dynamics: a nonlinear dynamical view // Adv. Water Res.-2002.-Vol.25, № 2.-P.179-190.
16. *Glushkov A.V., Loboda N.S., Khokhlov V.N.,* Using meteorological data for reconstruction of annual runoff series over an ungauged area: Empirical orthogonal functions approach to Moldova-SW Ukraine region//Atmospheric Research (Elseiver).-2005.-Vol.77.-P.100-113.
17. *Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Tsenenko I.A.,* Atmospheric teleconnection patterns and eddy kinetic energy content: wavelet analysis// Nonlinear Processes in Geophysics.-2004.-V.11,N3.-P.285-293.
18. *Glushkov A.V., Loboda N.S., Khokhlov V.N., Lovett L*., Using non-decimated wavelet decomposition to analyse time variations of North Atlantic Oscillation, eddy kinetic energy, and Ukrainian precipitation // Journal of Hydrology (Elsevier; The Netherlands).–2006.–Vol. 322. –N1-4.–P.14-24.
19. *Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Loboda N.S., Bunyakova Yu.Ya*., Short-range forecast of atmospheric pollutants using non-linear prediction method// Atmospheric Environment (Elsevier; The Netherlands).-2008.-Vol.42.-P. 7284–7292.
20. *Глушков А.В., Серга Э. Н., Бунякова Ю.Я.,* Хаос во временных рядах концентраций загрязняющих веществ в атмосфере (г. Одесса)//Вісник Одеського держ. екологічного ун-ту.-2009.-N8.-C.233-238.
21. *Khokhlov V.N., Glushkov A.V., Loboda N.S.,* Relationship between SOI and global temperature anomalies: nonlinear approach// IOP Journ. of CS: Earth and Environmental Science, Spec. Issue: Climate Change - Global Risks, Challenges and Decisions. -2009.-Vol.6.-P. 072034.
22. Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S. Geometry from a time series // Phys. Rev. Lett. – 1980. – Vol. 45. – P. 712-716.
23. *Русов В.Д., Глушков А.В., Ващенко В.Н.,* Астрофизическая модель глобального климата Земли– Киев: Наукова Думка, 2005.–235С.

Хаос у часових рядах концентрацій пилу в атмосфері промислових міст (на прикладі м.Одеса) .

Глушков О.В., Сєрга Е.М., Бунякова Ю.Я.

На основі методу кореляційної розмірності, зокрема, алгоритму Грассбергера-Прокаччі, виконано аналіз часових рядів концентрацій атмосферної пилу на двох постах м. Одеси і розрахований спектр кореляційних розмірностей, що підтверджує наявність відповідного хаосу. Отримані чисельні оцінки узгоджуються з даними по спектру розмірностей Ляпунова, розмірності Калана-Йорка та ентропії Колмогорова.

Ключові слова*: часові ряди концентрацій, атмосферна пиль, метод кореляційної розмірності, хаос, Одеса*

Chaos in temporal raws of dust concentrations in an atmosphere of industrial cities (on example of Odessa).

Glushkov A.V., Serga E.N., Bunyakova Yu.Ya.

On the basis of the correlation dimension method, in particular, the Grassberger-Procaccia algorithm it is carried out an analysis of the temporal raws of dust concentrations on two points of the Odessa city and calculated the correlation dimension spectrum. It has been proven availability of the chaos. The received data are agreed with the corresponding data on the Lyapunov dimension spectrum, Kalane-York dimension and Kolmogorov entropy.

Keywords: *temporal rows of concentrations, atmospheric dust, correlation dimension method, chaos, Odessa*