

УДК 538.9:539.215

О.І. Герасимов, д.ф.-м.н., А.Я. Співак, ст. виклад., М.М. Худинцев, доц.,

О.А. Клименков, асп.

Одеський державний екологічний університет

ТРАНСПОРТ ЕНЕРГІЇ (ІМПУЛЬСУ) В МОДЕЛЬНИХ НИЗЬКОВИМІРНИХ ДИСИПАТИВНИХ СИСТЕМАХ

Чисельно досліджується динаміка імпульсу у одновимірній моделі дискретної системи частинок з герцевськими контактами. Встановлені критерії нелінійної дисперсії та досліджена солітоноподібна та квазіперіодична поведінка імпульсу у системі. Перспективи використання виявлених особливостей у фізиці гранульованих матеріалів у сенсі порозуміння деяких матеріальних співвідношень динаміки їх поведінки під впливом збурень та керованого транспорту збурень різної природи дискутуються.

Ключові слова: динамічні дисипативні системи, транспорт енергії/імпульсу, гранульовані матеріали, динамічні фазові перетворення.

Вступ

В останні роки фізика гранульованих матеріалів (г.м.) привертає до себе велику увагу наукової спільноти [1-10]. Таке становище обумовлено тим, що г.м. внаслідок своїх унікальних фізичних властивостей мають великі перспективи практичних застосувань. Одним із найцікавіших напрямків ефективних використань незвичайних властивостей г.м. є дослідження транспорту в них імпульсу/енергії, які можуть мати, наприклад, акустичну природу.

Наявність ефекту перетворення слабкого пружного імпульсу, який збурює одновимірний ланцюжок гранул з герцевським контактом на нелінійну хвилю-солітон була вперше встановлена у [11] і неодноразово підтверджена як у фізичних експериментах, так і у модельних чисельних розрахунках. Незважаючи на те, що реальні г.м. є трьохвимірні, а контакти проміж частинками не обов'язково описується найпростішим герцевським законом, вивчення динаміки імпульсу у одновимірному ланцюжку із модельними контактами дає певні уявлення про загальні закони, які описують транспорт енергії у таких системах.

Зокрема, формування вертикальних ланцюжків, які складаються з окремих частинок-гранул у гравітаційному полі змінюють пружні властивості середовища. Це може призводити до появи нелінійної дисперсії і навіть колапсу нормальних мод, які описують розповсюдження імпульсів (енергії) у системі.

Треба зауважити, що г.м. складаються з макроскопічної кількості твердих частинок-гранул, які можуть мати досить велику дисперсію власних розмірів. Такі системи як у стані спокою, так і за умов зовнішніх збурень виявляють поведінку, яка притаманна звичайним газам, рідинам та твердим тілам. Причому за своєю фізичною структурою вони суттєво відрізняються від останніх. Експерименти з гранульованими матеріалами показують значний перелік ефектів, які є специфічними і проявляються лише у випадку гранульованих матеріалів такі, наприклад, як сегрегація, формування дефектів (лакун), арок, насичення вертикального тиску, ланцюжкова кластеризація та непружний колапс, різноманітні види кооперативного руху у вигляді нелінійних поверхневих хвиль та багато інших [1-10].

Розповсюдження енергії (звук, струм) у гранульованому матеріалі суттєво залежить від властивостей контактів між гранулами [11]. Ми розглянемо найпростішу

1D модель з квазіпружними (герцівськими) контактами з метою вивчення руху імпульсних чи періодичних збурень та динаміки їх поведінки.

1 Рівняння динаміки імпульсу у гранульованих матеріалах

Розглянемо розповсюдження імпульсу у одновимірній (1D) моделі системи кульок з герцевськими контактами за умов відсутності дисипації. Остання може бути обумовлена, наприклад, дією сил в'язкопластичної деформації під час контакту взаємодіючих частинок чи силою опору руху внаслідок тертя.

Динаміка такої системи, як відомо, визначається ланцюжком рівнянь руху у наступному вигляді

$$m \frac{d^2 z_n}{dt^2} = \eta \left[\left\{ \Delta_0 - (z_n - z_{n-1}) \right\}^p - \left\{ \Delta_0 - (z_{n+1} - z_n) \right\}^p \right] + mg, \quad (1)$$

де z_n - вертикальна координата центра мас n -ої частинки (нумерація частинок здійснюється зверху до низу); m - маса частинки; Δ_0 - діаметр частинки; η - пружня стала, яка залежить від матеріалу з якого побудовані частинки; p - показник ступеня при деформації у законі Герца: у випадку сфер $p=3/2$; для циліндрів $p=2$; g - прискорення вільного падіння.

Рівняння (1) є нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку яке у загальному випадку не інтегрується в квадратурах. Точний аналітичний розв'язок (1) можливо здійснити лише у деяких окремих випадках. Наприклад, коли праві частини ланцюжка рівнянь дорівнюють нулю (тобто усі частинки є нерухомі). Цей випадок відповідає рівноважному стану системи.

Рівноважний стан такої системи може бути визначено за умов, що сила тяжіння має дорівнювати силі пружності в будь-якій точці контакту частинок

$$mg = \eta [\delta_n^p - \delta_{n-1}^p], \quad (2)$$

де $\delta_n = \Delta_0 - (z_{n+1} - z_n)$ - деформація n -ої та $(n+1)$ -ої частинок у точці контакту.

Розглянемо визначений рівноважний стан детальніше. А саме, звернемо увагу на очевидні співвідношення, які мають місце:

$$\begin{aligned} mg &= \eta \delta_1^p, & (3) \\ mg &= \eta [\delta_2^p - \delta_1^p] = \eta \delta_2^p - mg \rightarrow 2mg = \eta \delta_2^p, \\ mg &= \eta [\delta_3^p - \delta_2^p] = \eta \delta_3^p - 2mg \rightarrow 3mg = \eta \delta_3^p, \\ &\dots \dots \dots \text{і таке інше.} \end{aligned}$$

З (3) витікає визначення деформації у рівноважному стані системи, в точці n -го контакту

$$\delta_n = \left(\frac{mgn}{\eta} \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (4)$$

Розв'язок рівнянь (1), який належить нерівноважним станам системи, можливо отримати за допомогою чисельних методів.

Можливий (у деяких границях) також перехід до суцільних форм рівнянь типу (1).

2 Розповсюдження коротких імпульсів у 1D ланцюжку

Найпростіше початкове збурення модельної системи, яка початково знаходилася у рівноважному стані, полягає у наданні верхній частинці певної початкової швидкості

V_0 спрямованої у вздовж ланцюжка частинок, (тривалістю збудження ми при цьому нехтуємо). Дані чисельних розрахунків, здійснених за формулою (1) в якій було покладено: у системі 100 частинок, коефіцієнти масштабу довжини, маси, часу - $1E-5$ м, $2.36E-5$ кг, $1.0102E-3$ с, відповідно, початкове збурення $V_0=0.01$, наведені на рис.1 (а) та (б). Вони показують, що таке збурення перетворюється ланцюжком на імпульс який характеризується крутим фронтом та осцилюючим «хвостом». Після досягнення опори ланцюжка, імпульс змінює напрямок руху на протилежний (див. рис.1 (в)). Після відбиття, солітоноподібне збудження, сформоване завдяки нелінійному характеру ланцюжка, розповсюджується у вертикальному напрямку (знизу вгору) і після досягнення верхньої частинки дзеркально відбивається від вільної границі ланцюжка. Далі імпульс повертається до опори (див. рис.1 (г)), де знову змінює напрямок свого руху.

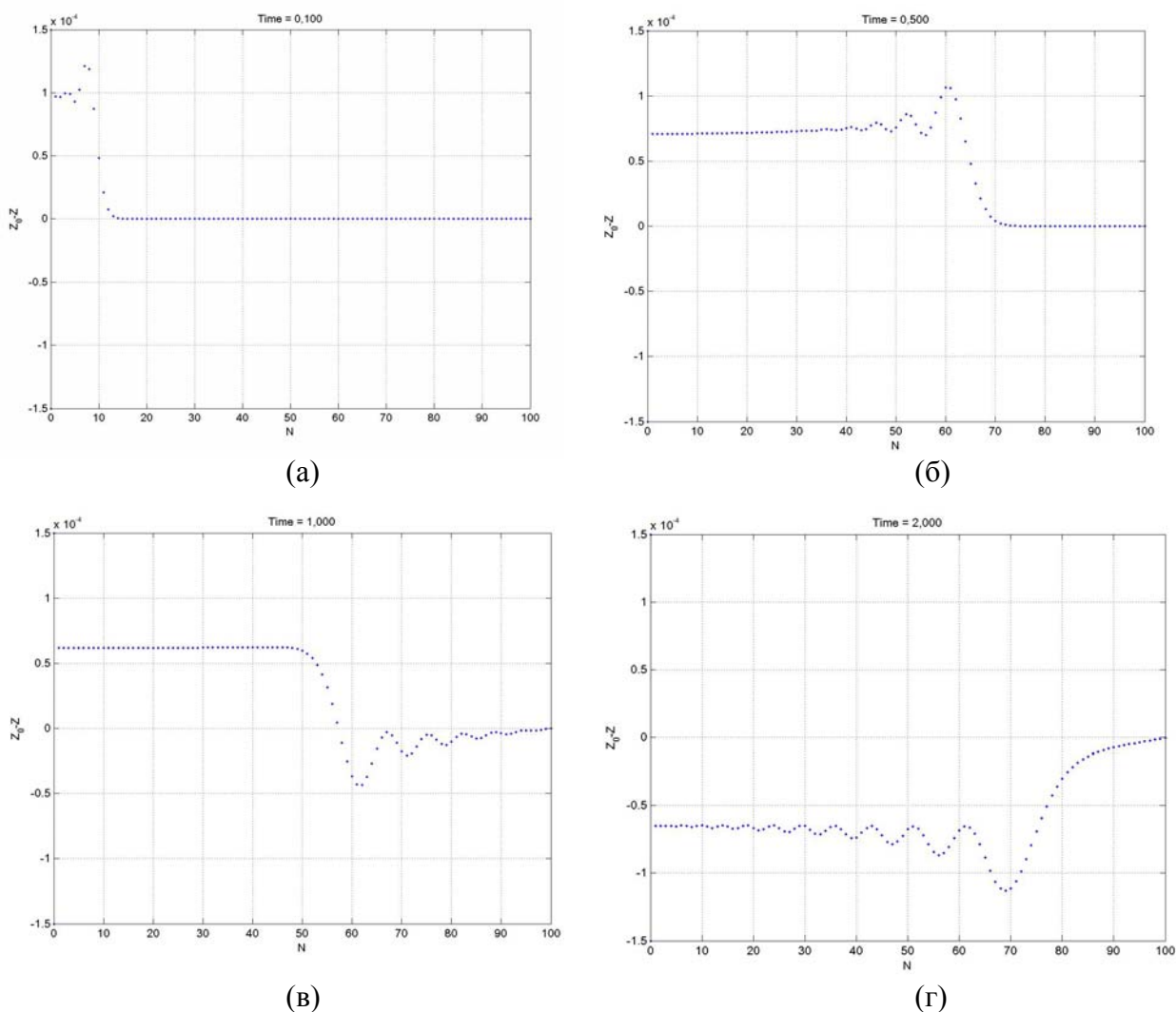
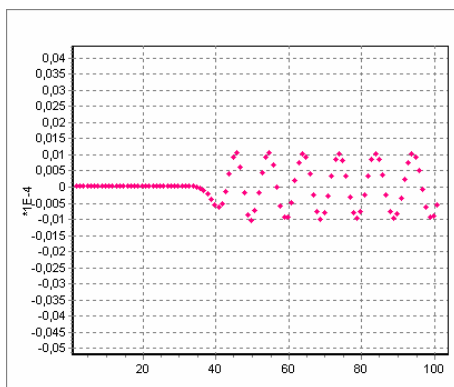


Рис.1 - Результати чисельного моделювання руху імпульсного збудження у нелінійному 1D ланцюжку. Відхилення поточної координати (z) центра мас частинки n від її рівноважного значення (z_0), в залежності від номеру частинки для 4-х різних моментів часу.

Швидкість переміщення збудження з часом помітно не змінюється. Форма початкового імпульсу змінюється повільно: збільшується довжина згасаючої хвилі та зменшується її амплітуда.

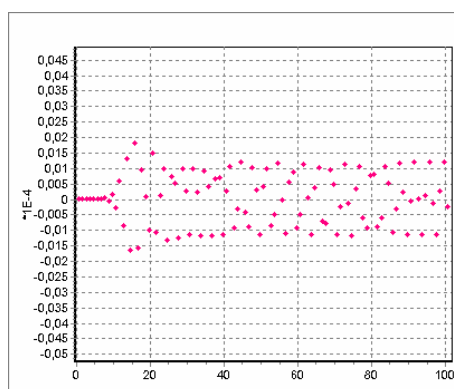
3 Періодичне збудження 1D ланцюжка частинок з квазіпружною взаємодією

Чисельні розрахунки, які було здійснено за рівнянням (1) у випадку підводу енергії до системи з боку нижньої границі за гармонічним законом – показують що виникає бігуча хвиля (див.рис.2). Після відбиття від верхньої (відкритої) границі вона змінює свій напрямок на протилежний. Внаслідок накладання хвиль, які розповсюджуються назустріч одна одній, виникають умови утворення вузлів та пучностей, тобто виникають стоячі хвилі.

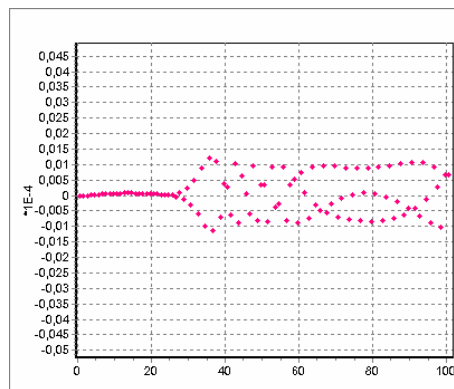


В залежності від частоти початкового збурення утворені стоячі хвилі, можуть мати суттєво відмінні амплітуди у різних частинах системи. На рис.3 наведені результати чисельного моделювання динаміки збудження ланцюжка частинок в залежності від частоти.

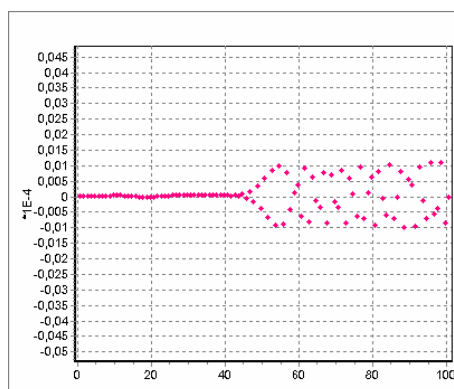
Рис.2 - Результати чисельного моделювання збудження ланцюжка з 100 частинок періодичним сигналом частотою: $f=200$ кГц.



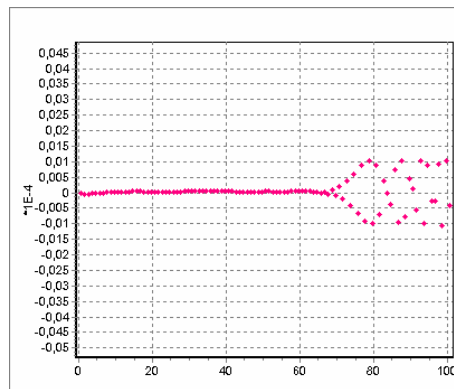
(а)



(б)



(в)



(г)

Рис.3 - Результати чисельного моделювання збудження ланцюжка з 100 частинок, після встановлення стаціонарного режиму, сигналом з частотою: а) $f=240$ кГц, б) $f=280$ кГц, в) $f=300$ кГц, г) $f=320$ кГц.

Як можна бачити з отриманих результатів збільшення частоти збурення (зменшення довжини хвилі) призводить до неоднорідності у сформованих

асимптотичних стаціонарних станах. Доля частинок які належать до стаціонарної хвилі залежить від частоти сигналу, який надає енергію до системи (див. рис.4).

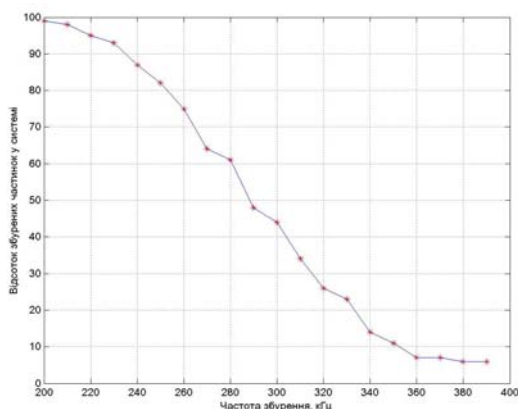


Рис.4 - Неоднорідне розшарування системи під впливом зовнішніх збурень.

У відомій роботі [12] (Kadanoff, 1995) була розглянута динаміка 1D системи безструктурних непружних частинок під впливом асиметричних збурень. Зокрема було показано формування густого кластеру частинок біля холодної стінки. Порівнюючи отримані нами результати з даними [12], доходимо до висновку що у побудованій моделі з герцівськими контактами роль холодної стінки відіграє відкрита (верхня) границя системи. Незважаючи на відмінності двох моделей (наявність гравітації та постійного контакту між частинками), можна бачити і спільні риси поведінки 1D систем під впливом зовнішніх збурень. У термінах середнього квадрату швидкості частинки (аналог температури), в обох випадках спостерігається асимптотичне розшарування системи на «гарячу» та «холодну» частини, і система таким чином демонструє суттєво не ергодичну поведінку.

4 Взаємодія двох імпульсів

Якщо у 1D системі N контактуючих частинок збурюються водночас два імпульси, можна спостерігати процес їх зіткнення. При взаємодії параметри імпульсів (енергія, швидкість, амплітуда, форма) майже не змінюються. Саме такими властивостями володіє солітон – нелінійна хвиля [13]. Отже імпульс у нелінійній 1D системі поводить себе подібно до солітону.

На рис.5 наведено приклад еволюції двох сигналів у одному ланцюжку одночасно. Умови створення цих імпульсів однакові – декілька періодів гармонічного збурення підкладинки стовбчика частинок (але не дуже мало). Стробоскопічне зображення динаміки імпульсів детально наведено на рис.5:

(а) Правий сигнал щойно сформований гармонійним коливанням підкладинки тривалістю в декілька періодів. Лівий сигнал (пізніший за правий) вже встиг пройти всю систему і відчув суттєву деформацію.

(б) Лівий сигнал відбився від вільної границі системи і прямує назустріч правому сигналу.

(в) Обидва сигнали зітхаються, після чого фронт першого сигналу знову приймає попередній вигляд (див. рис.5(г)). Фронт другого сигналу (праворуч) на рисунку, також виглядає незмінним.

(г) Обидва сигнали повністю розійшлися після зіткнення. Але розповсюдження сигналів у системі повільно змінює їх форму за рахунок нелінійної взаємодії частинок.

Можна бачити, що з часом змінюється форма (симетрія) імпульсу, а також зменшується його амплітуда. Цей процес відбувається досить повільно, особливо у порівнянні з часом взаємодії імпульсів. Це дозволяє зробити висновок про те, що імпульси такої природи після зіткнення практично не змінюються, тобто поведуть себе подібно до солітонів.

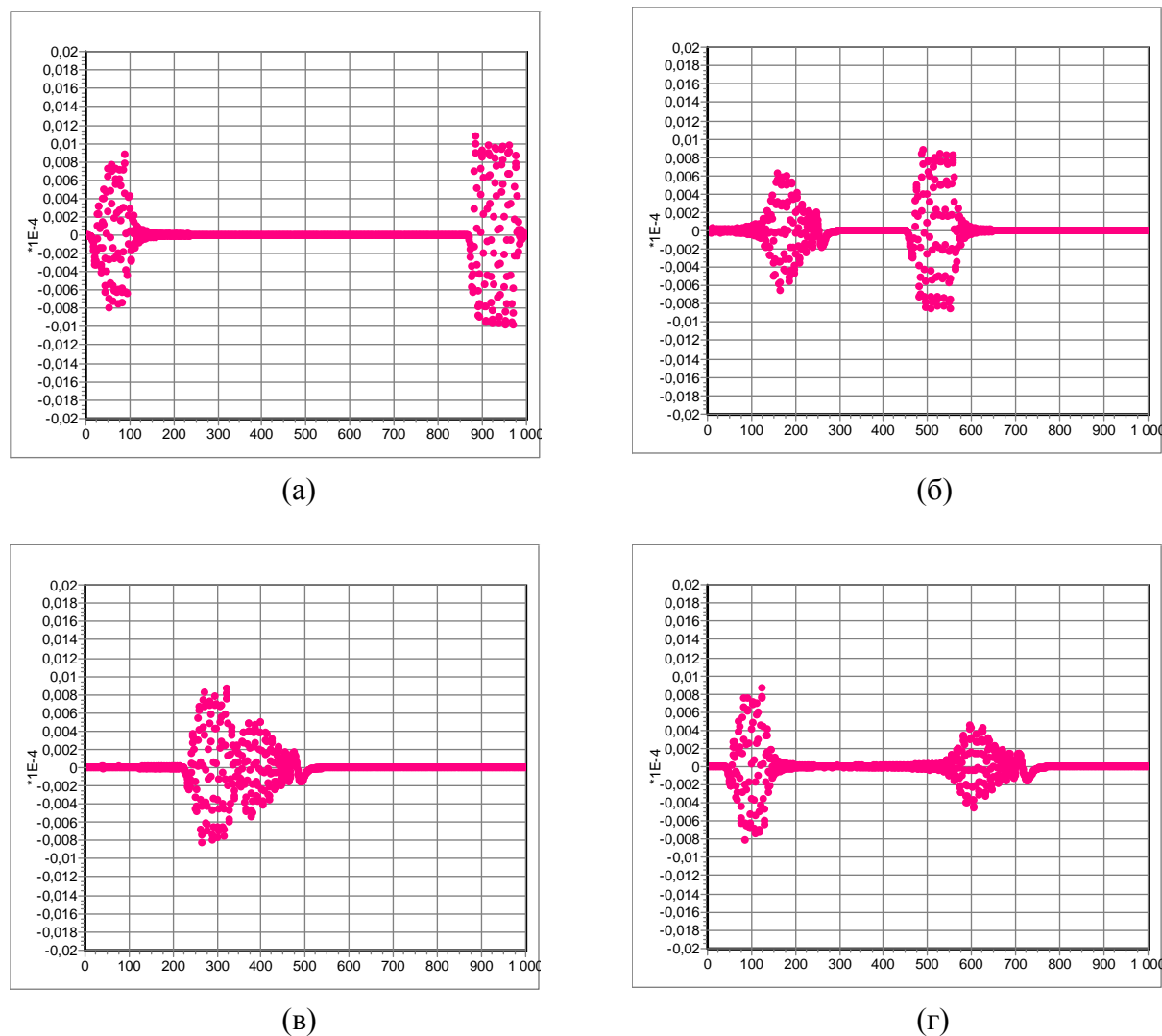


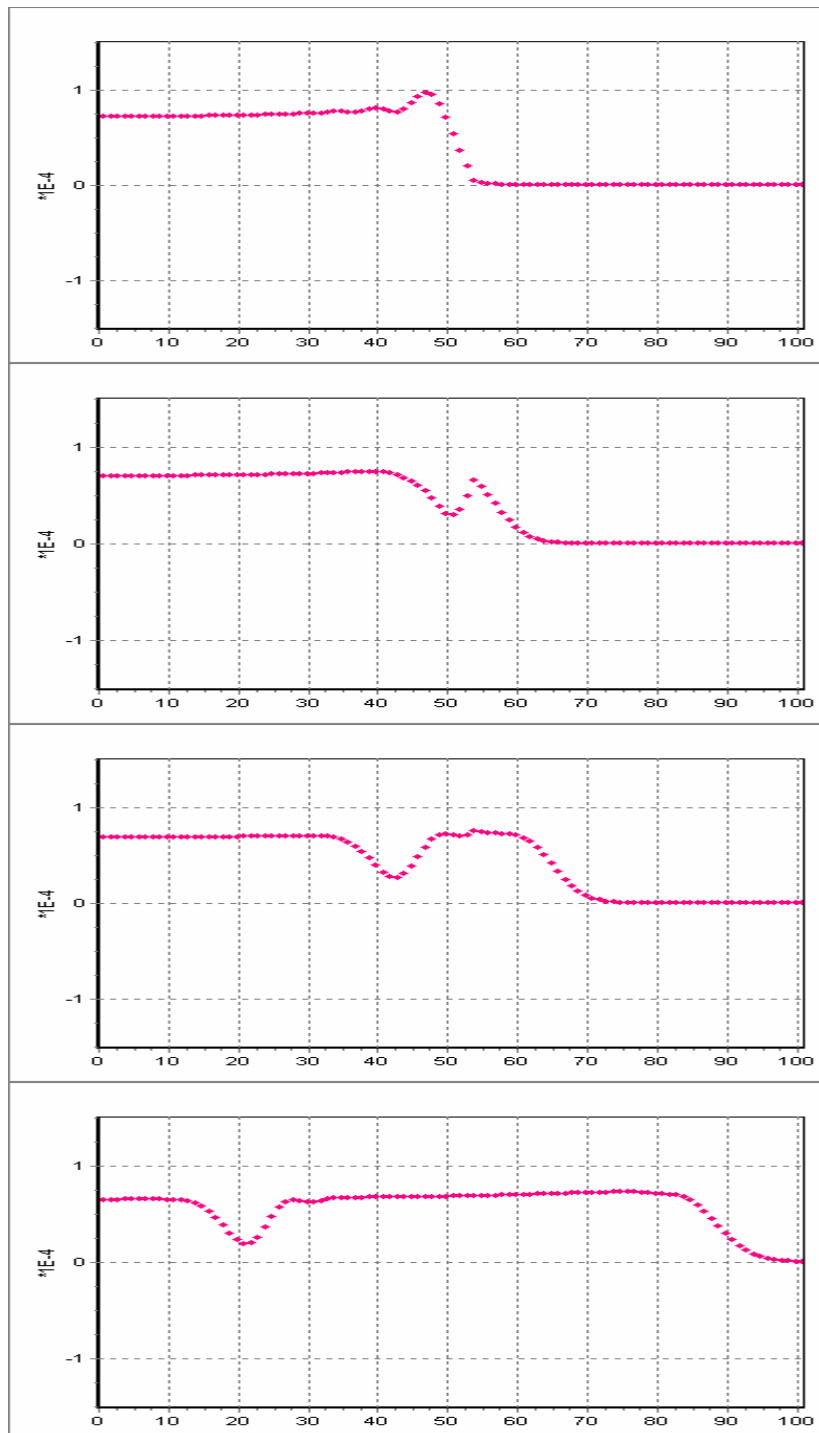
Рис.5 - Результати чисельного моделювання збудження ланцюжка з 1000 частинок двома складними імпульсами. Рисунок демонструє відхилення положень частинок від їх значень у стійкому стані в залежності від номера частинки у різні моменти часу: а) T_1 , б) T_2 , в) T_3 , г) T_4 ; де $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$.

5 Розповсюдження імпульсу/енергії у ланцюжку з ізотопічними дефектами

Якщо у розглянутій вище (п.1) моделі ввести частинки різної маси, тоді умова рівноважної деформації n -го контакту (на відміну від (4)) матиме наступний вигляд

$$\delta_n = \left(\frac{g}{\eta} \sum_{i=1}^n m_i \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (5)$$

На рис.6 наведені результати чисельного моделювання системи з урахуванням умови (5). Як можна бачити, до середини системи імпульс розповсюджується так само як і у випадку, зображеному на рис.1(а,б), але надалі спостерігається аномальне відбиття імпульсу від дефекту, роль якого відіграє частинка №54, маса котрої значно більша у порівнянні з іншими частинками.



Таким чином дефект немов відіграє роль підкладки, при відбитті від якої імпульс змінює свою амплітуду на протилежну (фронт хвилі перевертається) та рухається у зворотному напрямку.

Частина енергії все ж таки проходить крізь цей «бар'єр». Її величина залежить від того як сильно відрізняються маса дефекту від маси інших частинок. Із збільшенням цієї різниці все більша частка енергії буде відбиватись від ізотопічного дефекту.

Рис.6 - Результати чисельного моделювання імпульсного збудження ланцюжка з ізотопічним дефектом (частинка №54 значно важча за інші).

За наявності у системі багатьох ізотопічних дефектів характер динаміки може суттєво ускладнюватися. Розглянемо приклад, коли система складається з частинок двох сортів, які скажімо розрізняються масою. А саме, нехай права половина системи

складається з частинок із меншою масою, а решта з важкіших. Збудрюємо побудовану модельну систему за допомогою періодичного сигналу. На рис.7 наведені результати чисельних розрахунків динаміки періодичних збурень у таких системах.

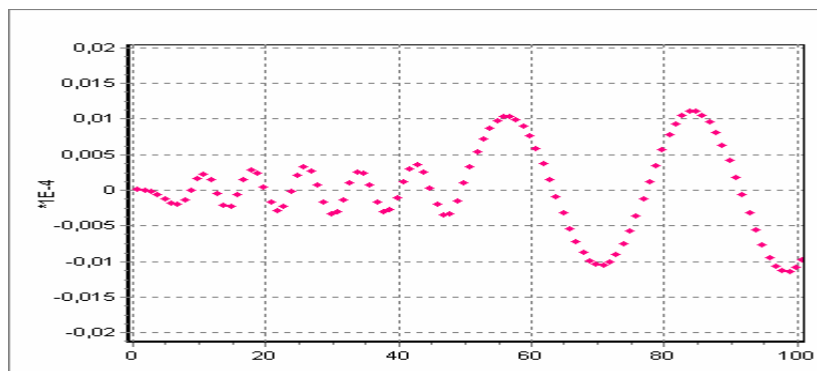


Рис.7 - Результати чисельного моделювання системи, що складається з частинок двох сортів з різними масами (частинки №1-50 мають маси, які у 10 разів важчі за маси частинок №51-100). Частота періодичного сигналу який збудрює систему дорівнює 50кГц.

Як можна бачити з отриманих даних (див. рис.7) у лівій частині системи, що складається з більш важких частинок, зменшується довжина бігучої хвилі. Останнє вказує на уповільнення розповсюдження збурення на цій ділянці ланцюжку.

Таким чином, з'ясовано можливість керування транспортними властивостями системи за допомогою ізотопічних дефектів, не змінюючи при цьому пружні константи у різних частинах системи, тобто з'являється можливість будувати транспортні ланцюжки із екзотичними властивостями лише з одного матеріалу.

Висновки

Проведені дослідження свідчать про суттєвий вплив на динаміку розповсюдження імпульсу/енергії у низьковимірних дискретних системах степені неоднорідності впорядкованості, а також початкових умов, які виглядають, як детермінована структурна організація системи. Нелінійний характер поведінки збуджень у системах проявляється у появі специфічної дисперсії, локалізації хвиль, розмитті локалізованих збуджень, аномальному відбитті імпульсів збуджень, які відбуваються на ізотопічних чи інших дефектах структури.

Отримані результати можуть бути корисними для порозуміння динаміки збуджень у динамічних дисипативних системах, в яких, як відомо, створюються низьковимірні ниткоподібні структури (кластери), які можуть навіть мати кристалічну симетрію. Модельний характер отриманих результатів, безумовно не дозволяє застосовувати їх для обґрунтування властивостей трьохвимірних дисипативних систем. Тим не менш, вони безумовно сприяють розвиненню методів досліджень та покращують порозуміння фізичних механізмів, які можуть обумовлювати окремі динамічні властивості гранульованих матеріалів, які спостерігаються експериментально.

До напрямків застосувань отриманих висновків можна віднести розповсюдження поляризованого та звичайного звука у дискретних резонаторних системах, дисперсію електромагнітних хвиль у ланцюжках парамагнітних гранул в кристалах запорошеної плазми у магнітному полі та інш.

Список літератури

1. Jaeger H.M., Nagel S.R., Behringer R.P. The physics of granular materials. //Rev.Mod.Phys.-1996.-68.- P.1259-1272.
2. Duran J. Sands, powders and grains.-New York: Springer-Verlag, 2000.-200p.
3. Kadanoff L. Built upon sand: theoretical ideas inspired by granular flows. // Rev.Mod.Phys.-1999.-71.-P.435-447.
4. De Gennes P.G. Granular matter: a tentative view. // Rev.Mod.Phys.-1999.-71,S.- P.374-385.
5. Герасимов О.І., Вандевалле Н., Співак А.Я., Худинцев М.М., Люмс Г., Дорболло С., Клименков О.А. Стационарні стани у 1D системі непружних частинок //Укр.фіз.журн. -2008.- **53**, № 9
6. Gerasimov O.I., Schram P.P.J.M. Differential equation of state of a model system with a singular measure: application to granular materials in steady states. //Physica A.-2002.- 312.-P.172-180.
7. Gerasimov O.I., Schram P.P.J.M, Kitahara K. Kinetics of granular segregation. //Ukr.Journ.Phys.-2003.-48, N8.-P.885-896.
8. Gerasymov O.I., Khudyntsev N.N., Klymenkov O.A., Spivak A.Ya. The kinetics of processes occurring in granular materials in the field of vibroaccelerations. //Ukr.Journ.Phys. -2005.-**50**, №6. -P.624-632.
9. Gerasymov O.I., Khudyntsev N.N., Klymenkov O.A., Spivak A.Ya. Kinetics of driven granular materials. //Bogolyubov Kyiv Conference: Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics (13-17 September 2004, Kyiv, Ukraine).
10. Герасимов О.І., Клименков О.А., Співак А.Я. Кінетика гранульованих матеріалів у полі віброприскорювань. //Всеукраїнський з'їзд "Фізика в Україні". Тези доповідей. Україна, Одеса, 3-6 жовтня 2005р.-Одеса: Астропринт, 2005.- С.90
11. Nesterenko V.F. Dynamics of Heterogeneous Materials. Springer Verlag. New York, 2001
12. Du Y., Li H., Kadanoff L. Breakdown of Hydrodynamics in a One-Dimensional System of Inelastic Particles //Phys.Rev.Lett.-1995.- **74**.-P.1268.
13. Лэмб Дж. Элементы теории солитонов. -М.: Мир,1984.

The energy (impulse)transport in the model dissipative systems.

Gerasymov O.I., Spivak A.Ya., Khudyntsev N.N., Klymenkov O.A.

The dynamics of signal transmission through the 1D chain of beads with quasielastic contacts has been studied numerically. The influence of initial conditions and structure organization on the nonlinear dispersion has been outlined. We discuss the influence of the internal ordering on the type of possible nonlinear dispersion of a lattice excitations.

Key words: *dynamic dissipative systems, energy/impulse transport, granular material, dynamic phase transition.*

Транспорт энергии (импульса) в модельных диссипативных системах.

Герасимов О.И., Спивак А.Я., Худинцев Н.Н., Клименков О.А.

Численными методами рассмотрена задача о распространении импульсного (волнового) возбуждения в одномерной цепочке бесструктурных частиц с квазиупругими контактами. Исследован характер нелинейной дисперсии и ее связь со структурой. Показано, что имеет место аномальное отражение импульса на изотопических дефектах. Обсуждается влияние разупорядочения на характер нелинейной дисперсии возбуждений.

Ключевые слова: *динамические диссипативные системы, транспорт энергии/импульса, гранулированные материалы, динамические фазовые переходы.*