

УДК 519.24.001.57

Н.Г. Сербов, к.г.н., Балан А.К., ст. преп., Соляникова Е.П., асс.
Одесский государственный экологический университет

**МНОГОФАКТОРНЫЙ СИСТЕМНЫЙ И МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ
ПОДХОДЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКСТРЕМАЛЬНО ВЫСОКИХ ПАВОДКОВ
(р. ДУНАЙ) И ВРЕМЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ КОНЦЕНТРАЦИЙ
ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ В РЕЧНОЙ ВОДЕ**

На основе нового метода описания экстремальных гидрологических явлений (паводков), базирующегося на многофакторном системном подходе и мультифрактальном формализме, проведено численное моделирование характеристик экстремально высоких паводков (на примере р. Дунай) и флуктуационных временных трендов изменения концентраций нитратов в ряде водосборов в пяти регионах Малых Карпат. Обнаружен феномен генезиса фрактальных размерностей.

Ключевые слова: метод многофакторного системного моделирования, мультифрактал, экстремально высокие паводки, загрязнение водной среды

Введение. Разработка высоко эффективных, адекватно отражающих физику гидрологического цикла математических моделей, обладающих достаточно высокой степенью корректности и прогнозируемости, по-прежнему относится к числу ключевых задач современной гидрологии [1-10]. Хотя известные динамические модели расчета и прогноза характеристик речного стока, базирующиеся на использовании уравнений типа Сен-Венана, либо Навье-Стокса, обладают весьма важными достоинствами, их корректная реализация по-прежнему далека от удовлетворительного уровня. Более простые системные модели требуют, однако, более точной калибровки и более детального изучения внутренних симметрий искомого модели. Между тем, несмотря на наличие огромного числа различных моделей, в том числе, для моделирования опасных гидрологических явлений (экстремально высоких паводков, наводнений и др.) (см., напр., [1-14] и ссылки там), их дальнейшее развитие представляется крайне важным и актуальным. В серии работах [9,12,13] был развит новый подход к описанию экстремальных гидрологических явлений, в частности, экстремально высоких паводков, базирующийся на многофакторном системном подходе и мультифрактальном формализме. Как частный случай искомого подхода [9-13]), могут рассматриваться системные модели с «множеством входов» и «одним выходом». В отличие от известного класса моделей типа «black-box» моделей [5-7] в таких моделях более адекватно отражены физические особенности гидрологического цикла. Тестовые расчеты и сравнение теоретических данных с данными наблюдений по расходам, соответствующим экстремальным паводкам 1996, 1997 г. на примере р. Дунай, продемонстрировали достаточную эффективность подхода и удовлетворительное согласие теории с данными наблюдений [12,13]. В данной работе многофакторный системный подход («black-box» модель) и мультифрактальный формализм [9-15] применены для численного моделирования экстремально высоких паводков для р. Дунай (экстремальный сценарий) и временных трендов флуктуационных изменений концентраций загрязняющих веществ (нитратов) в ряде водосборов в пяти регионах Малых Карпат с целью дальнейшей апробации методов.

Метод расчета. Остановимся кратко на ключевых моментах метода расчета. Полное изложение метода дано в работах [9,12]. Согласно, [9] характеристическая

функция выхода нелинейной системы определяется суммой нелинейной компоненты, определяемой мгновенным и запаздывающим откликом системы, и линейной компоненты, связанной с линейным откликом системы. Мастерное уравнение для функции выхода

$$Q_t = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{n(j)} \sum_{k=i}^{n(j)} U_{i,k}^{(j)} P_{t-i+1}^{(j)} P_{t-k+1}^{(j)} + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{k(j)} U_{i+n}^{(j)} P_{t-(i+n)+1}^{(j)}, \quad (1)$$

где $j=1,2,\dots,J$ – число независимых входов (в т.ч., обусловленных дождевыми осадками), J – число мини водосборов (в сумме дающих полный водосбор), n – число временных интервалов, которые соответствуют дождевым осадкам, дающим вклад в мгновенную и запаздывающую составляющие стока (нелинейная часть общей «памяти» водосбора), l – число аналогичных временных интервалов (линейная часть общей «памяти»), $(n+l)$ – длина полной «памяти» модели, P – матрица осадков j входной серии, соответствующей j -ой мини-водосборной площади; $U_{i,k}$ – обозначает дискретные серии ординат нелинейной части функции отклика, которые суммируются далее, скажем, в коэффициент стока, U_i – то же для линейной части.

Модель калибруется по числу серий отдельных данных по дождевым осадкам и соответствующему стоку. Уравнение (1) с учетом p ($p=1, NN$) числа серии данных записывается в следующем виде

$$Q_t^p = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{n(j)} \sum_{k=1}^{n(j)} U_{i,k}^{(j)} P_{t-i+1}^{(j),p} P_{t-k+1}^{(j),p} + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{l(j)} U_{i+n}^{(j)} P_{t-(i+n)+1}^{(j),p}. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) для калибровочной серии N значений расходов Q_1, Q_2, \dots, Q_N естественно представимо в вектор-матричной форме

$$Q = P^{(1)}U^{(1)} + P^{(2)}U^{(2)} + \dots + P^{(J)}U^{(J)}. \quad (3)$$

Уравнение (1) может быть также записано в виде

$$Q = PU, \quad (4)$$

где P – матрица размером (N, M) ,

$$P = [P^{(1)}P^{(2)}, \dots, P^{(J)}] \quad (5)$$

и $M = \sum_{j=1}^J mn(j)$. В результате $\{P^T P\}$ является квадратной $(M \times M)$ симметричной

матрицей и U – $(M \times 1)$ вектор (столбец). Далее решение уравнения (3) осуществляется стандартными численными методами [7,10,11].

Для выявления фрактальных особенностей во временных рядах флуктуаций расходов воспользуемся версией [10] мультифрактального формализма. Ключевой характеристикой является мультифрактальный спектр. Для однородных фракталов скейлинг описывается одной фрактальной размерностью. Неоднородные или мультифрактальные объекты обычно характеризуются спектром $D(q)$ фрактальных размерностей (фрактальная размерность равна $D(0)$, а функция $D(q)$ обычно трактуется как мультифрактальный спектр). С математической точки зрения, ключевая задача мультифрактального формализма (вычисления мультифрактального спектра) сводится к нахождению сингулярного спектра $f(\alpha)$ меры μ . Он ассоциирует хаусдорфову

размерность с сингулярным показателем α , что позволяет вычислить степень сингулярности

$$N_\alpha(\varepsilon) = \varepsilon^{-f(\alpha)},$$

где $N_\alpha(\varepsilon)$ есть число гиперкубов, необходимых для того, чтобы охватить меру и ε -размер каждого гиперкуба. Функция распределения Z извлекается из этого спектра

$$Z(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \mu_i^q(\varepsilon) \approx \varepsilon^{\tau(q)} \text{ for } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Здесь $\tau(q)$ есть спектр, который может быть получен путем преобразованием Лежандра сингулярного спектра $f(\alpha)$. Соответственно, из спектра $\tau(q)$ может быть получен спектр обобщенных фрактальных размерностей

$$D_q = \frac{\tau(q)}{(q-1)}.$$

Более детально численные аспекты определения спектра изложены, например, в [4-6].

Результаты расчета и выводы А. В [9] в качестве приложения метода были выполнены оценки паводковых расходов и проведено сравнение с наблюдаемыми на участке р. Дунай от станции Девин (Братислава) до станции Нагимарос (см. детальное описание искомого участка в работах [7,10,11]). Все необходимые для реализации модели данные взяты из отчета [11] (и ссылок, приведенных там). Модель калибровалась по данным 1991, 1992 гг. В [9] приведены результаты тестовых расчетов (реализовывался 3-входный вариант модели [9]) вместе с эмпирическими данными, а также результатами расчетов в рамках модели NONLIN [11]. Тестовые расчеты продемонстрировали достаточно приемлемое согласие теории с данными эмпирических наблюдений. В таблице 1 представлены данные по наблюдаемым и рассчитанным расходам (в м³/с), соответствующим катастрофическим паводкам 1996г. Используются следующие обозначения для станций: 1 - Bratislava (QBL), 2- Medved'ov (QME), 3- Komarno (QKO), 4- Sturovo (QST), 5 -Nagyvaros (QNG). Детальный анализ полученных данных и их сравнение с наблюдаемыми данными показывает, что предложенная модель обеспечивает достаточно хорошее согласие искомым данным и позволяет отследить количественно приемлемо паводочные расходы даже в случае экстремальных событий. Естественно, модель допускает дальнейшей улучшение за счет более адекватного учета нелинейности системы, прямого включения в схему функций отклика и т.д.

Таблица 1 - Наблюдаемые [11] и рассчитанные расходы (в м³/с), соответствующие паводкам 1996г.

Год Дата	Наблюдаемые значения					Рассчитанные значения (Black-box -модель)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1996 09/07	10395	--	8800	8820	--	10377	9680	8860	8885	9655
1996 10/06	9150	--	8705	--	--	9153	8742	8748	8812	8920
1997 31/07	6370	5486	5276	--	--	6330	5506	5320	5240	5355

Мы выполнили оценку спектра фрактальных размерностей для временных рядов расходов на рассмотренном участке р. Дунай от станции Девин (Братислава) до станции Нагимарос по полученным данным за 1996 год. Расчет показал, что для

рассмотренной ситуации соответствующие фрактальные размерности лежат в интервале [1.41-1.95]. Зная соответствующий набор фрактальных размерностей, далее естественным образом решается задача восстановления и дальнейшего прогноза стока [6,8,15].

Результаты расчета и выводы Б. Далее приведем результаты изучения временных флуктуационных трендов химического загрязнения (на примере нитратов и аналогичных соединений) для ряда речных водосборов в пяти регионах Карпат (с использованием данных экспериментальных гидрологических исследований, выполненных сотр. Института гидрологии Академии наук Словакии) [16]. На рис. 1 приведены эмпирические данные (среднемесячные значения) по концентрациям нитратов $n_{\text{эмп}}$ в водозборе Svidnik (Ondava) за период 1969–1996гг. На рис. 2 приведены эмпирические данные (ежедневных замеров) $n_{\text{эмп}}$ в семи водосборах в течение гидрологического года 1988/1989. В [16] также приведены детальные данные (ежедневных замеров) по значениям концентраций нитратов в искомым водосборах за указанный выше период.

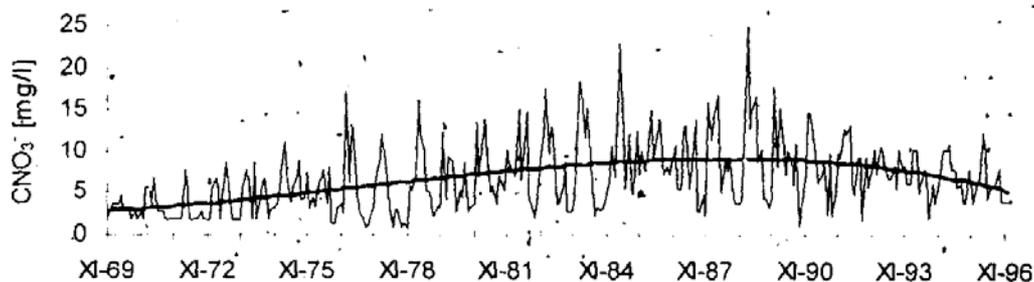


Рис. 1 - Данные по эмпирическим (среднемесячные значения) значениям концентраций нитратов в водозборе Svidnik (Ondava) за период 1969 – 1996гг.

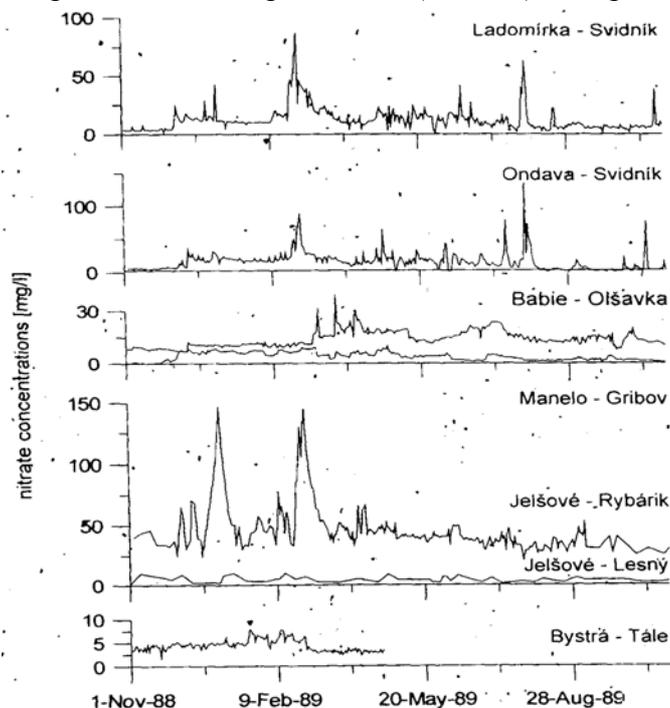


Рис. 2 - Эмпирические данные (ежедневных замеров) $n_{\text{эмп}}$ в семи водосборах в течение гидрологического года 1988/1989 (из работы [16]).

Для изучения временных трендов флуктуационных изменения концентраций нитратов (и аналогичных соединений) представляется естественным применение

многофакторного системного подхода, в частности, использование “black-box” модели типа (1)-(5), а также мультифрактального формализма [9-15]. Нас интересует, прежде всего, поиск феномена скейлинга и определение спектра фрактальных размерностей. Далее, используя формализм Грассбергера-Прокаччи [3] и нелинейный метод прогноза [15,17], представляется возможным решение крайне важной задачи прогноза. В табл. 2 представлены эмпирические данные по максимальному, минимальному, среднему (месячные) значениям стока R и входному на ед. площади водосбора потоку нитратов L . Также в этой таблице приведены эмпирические ($n_{эмп}$) [16], интерполяционные ($n_{инт}$) [16] и расчетные ($n_{расч}$) в рамках “black-box” модели (1)-(5) значения концентраций нитратов в водосборах Lesny и Rybarik.

Таблица 2 – Максимальное, минимальное и среднее (месячные) значения стока R (мм), концентрации нитратов n (мг·л⁻¹; $n_{эмп}$ - эмпирические данные [16]; $n_{инт}$ – интерполяционные значения [16]; $n_{расч}$ – наша оценка в рамках “black-box” модели) и входного на ед. площади водосбора потока нитратов L (кг·месяц⁻¹) в водосборах Lesny и Rybarik.

Водо-сборы	Rybarik			Lesny		
	Макс.	Мин.	Среднее	Макс.	Мин.	Среднее
R	96,1	1,8	14,9	58,5	0,50	9,35
L	39,4	0,29	4,46	2,9	0,01	0,36
$n_{эмп}$	77,9	15,0	35,4	7,50	1,01	3,60
$n_{инт}$	56,3	25,8	36,1	6,31	1,50	3,30
$n_{расч}$	68,4	18,2	35,8	7,20	1,22	3,51

Разумеется, химическое загрязнение речной воды является результатом взаимодействия многих факторов, включая гидрологический, геологический, антропогенный факторы. Уровень содержания и особенности распределения загрязняющих веществ в водной среде определяются совокупностью факторов, в частности, и близостью источников загрязнения, и физико-химическими свойствами веществ, и гидродинамическими, биогеохимическими, термодинамическими и др. условиями. Естественно, их следует рассматривать отдельно в каждом конкретном случае. Здесь для нас важно отметить надежно установленную корреляцию между величиной стока и значениями концентрации загрязняющих веществ, в частности, нитратов для всех экспериментально исследованных 14 речных водосборов в пяти регионах Карпат [16] за период 1969 – 1996гг. Проведенный нами расчет показал, что для всех рассмотренных водосборов, включая Lesny и Rybarik, соответствующие фрактальные размерности лежат в интервале [1.5-1.9], что полностью коррелирует с аналогичными значениями фрактальных размерностей, характерными для временных рядов расхода воды. Искомый эффект является проявлением более фундаментального гидроэкологического феномена генезиса фрактальных размерностей в родственных (диссипативных, фрустрированных) динамических системах (см. комментарии в работах [18-20]). Недавно подобный феномен был открыт и в такой достаточно сложной и экзотической системе как система “космическая плазма – галактические космические лучи- турбулентные пульсации в планетарной атмосферной системе” [18]. Разумеется, представляет значительный интерес аналогичное изучение временных трендов флуктуационных изменений концентраций не только нитратов (и других

азотистых соединений), но и других загрязняющих веществ, в частности, соединений серы, фосфора, хлора и т.д.

Список литературы

1. Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г., Формирование речного стока.-М.: Наука,1993.
2. Islam M.N., Sivakumar B., Characterization and prediction of runoff dynamics: a nonlinear dynamical view// Adv.Water Res.-2002.-V.25, № 2- P.179-190.
3. Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors // Physica D.-1983.-Vol.9,№1-2.-P.189-208.
4. Лобода Н.С., Формализм функций памяти и мультифрактальный подход в задачах моделирования годового стока рек и его изменений под влиянием факторов антропогенной деятельности// Метеорология, климатология и гидрология.-2002.-№45.-С.140-146.
5. Maftuoglu R.F., New models for non-linear catchment analysis// J.Hydrol.-1984.-Vol.73.-P.335-357.
6. Maftuoglu R.F., Monthly runoff generation by non-linear models// J.Hydrol.-1991.-Vol.125.-P.277-291.
7. Kothyari U.C., Arvanmuthan V., Singh V.P., Monthly runoff generation using the linear perturbation model// J.Hydrol.-1993.-Vol.144.-P.371-379.
8. Stewart M.D., Bates P.D., Anderson M.G., Price D.A., Burt T.P., Modelling floods in hydrologically complex lowland river reaches// Journal of Hydrology (Elsevier; The Netherlands).-1999.-Vol.223.-P.85-106.
9. Глушков А.В., Балан А.К., Баланюк Е.П., Метод многофакторного системного и мультифрактального моделирования в задачах расчета экстремальных гидрологических явлений//Ecology of Siberia, the Far East and the Arctic.-2003.-V.2.-P.113-118.
10. Glushkov A.V., Loboda N.S., Khokhlov V.N., Lovett L., Using non-decimated wavelet decomposition to analyse time variations of North Atlantic Oscillation, eddy kinetic energy, and Ukrainian precipitation // Journal of Hydrology (Elsevier; The Netherlands). – 2006. – Vol. 322. – No. 1-4. – P. 14-24
11. Loboda N.S., Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Using meteorological data for reconstruction of the annual runoff series over an ungauged area: Empirical orthogonal functions approach to Moldova-Southwest Ukraine region//Atmospheric Research.-2005.-Vol.77.-P.100-113.
12. Глушков А.В., Балан А.К., Многофакторный мультифрактальный подход в задачах моделирования стока и краткосрочном гидрологическом прогнозе (на примере р. Дунай) // Метеорология, климатология, гидрология.-2004.-№48.-С.392-396.
13. Балан А.К., Метод мультифакторного системного моделирования в задачах расчета экстремальных гидрологических явлений// Метеорология, климатология и гидрология.-2002.-№45.-С.147-152.
14. Svoboda A., Pekarova P., Miklanek P., Flood hydrology of Danube between Devin and Nagymaros in Slovakia.- Nat. Rep.2000 of the UNESKO.-Project 4.1.-Intern.Water Systems.-2000.-96P.
15. Khokhlov V.N., Glushkov A.V., Loboda N.S., Bunyakova Yu.Y., Short-range forecast of atmospheric pollutants using non-linear prediction method//Atmospheric Environment (Elsevier; The Netherlands).-2008.-Vol.42.-P.7284–7292.
16. Pekarova P., Miklanek P., Konicek A., Pekar J., Water quality in experimental basins.- Nat. Rep.1999 of the UNESKO.-Project 1.1.-Intern.Water Systems.-1999.-98P.

17. Глушков А.В., Хохлов В.Н., Сербов Н.Г., Балан А.К., Бунякова Ю.Я., Баланюк Е.П., Низкоразмерный хаос во временных рядах концентраций загрязняющих веществ в атмосфере и гидросфере// Вісник ОДЕКУ.-2007.-N4.-С.337-348.
18. Glushkov A.V., Loboda N.S., Khokhlov V.N., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Prepelitsa G.P., On possible genesis of fractal dimensions in the turbulent pulsations of cosmic plasma – galactic-origin rays – turbulent pulsation in planetary atmosphere system// Advances in Space Research.-2008.-Vol.41.-P.1713-1716.
19. Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Loboda N.S., Serbov N.G., Zhurbenko K., Signatures of low-dimensional chaos in hourly water level measurements at coastal site of Mariupol, Ukraine// Stochastic Environment Res. Risk Assess. (Springer).-2008.-Vol.22,N6.-P.777-788.
20. Глушков А.В., Хохлов В.Н., Препелица Г.П., Цененко И., Временная изменчивость содержания атмосферного метана: влияние североатлантической осцилляции// Оптика атмосферы и океана.-2004.-Т.14,№7.-С.219-223.

Багатофакторний системний та мультифрактальний підходи у моделюванні екстремально високих паводків (на прикладі р. Дунай) та часових флуктуацій концентрацій забруднюючих сполук у річній воді.

Сербов М.Г., Балан А.К., Соляникова О.П.

На підставі нового методу опису екстремальних гідрологічних явищ, який базується на багатофакторному системному підході і мультифрактальному формалізмі, проведено чисельне дослідження характеристик екстремально високих паводків (на прикладі р. Дунай) та флуктуаційних часових трендів змінення концентрацій нітратів в 14 водозборах у 5 регіонах Карпат . Відкрито феномен генезису фрактальних розмірностей.

Ключові слова: метод багатофакторного системного моделювання, мультифрактал, екстремально високі паводки, забруднення водного середовища

A multi-factor systems and multi-fractal approaches in modelling the extreme hydrological floods (on example of the Danube river) and temporal fluctuations of the pollution substances concentrations in a river water.

Serbov N.G., Balan A.K., Solyanikova E.P.

It is carried out numerical modelling characteristics extreme hydrological events, extremely high floods (on the Danube river example) and fluctuation temporal trends of changing nitrates concentrations in 14 catchments in 5 regions of the Small Carpathians on the basis of the new approach combining the multi-factor systems approach and multi-fractal formalism. It is discovered the phenomenon of genesis of the fractal dimensions.

Key words: multi-factor systems approach, multi-fractal, extreme hydrological floods, pollution of water environment