

А.В.Игнатенко, В.М.Игнатенко, С.С.Середенко, В.И.Гура
Одесский государственный экологический университет

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС В ВОЗБУЖДЕННЫХ РИДБЕРГОВЫХ АТОМАХ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ НА ПРИМЕРЕ Rb И ТЕОРЕМА КОЛМОГОРОВА-АРНОЛЬДА-МОЗЕРА

Динамический хаос в атоме рубидия в высоковозбужденном состоянии (ридбергов атом) во внешнем, низкочастотном, электромагнитном поле рассмотрен на основе последовательного непертурбативного квантово-механического подхода: метода квазистационарных, квазиэнергетических состояний. Представлен анализ проявления эффектов квантовых флуктуаций, стабилизации, дестабилизации, наличия фрактальных свойств и особенностей выполнения теоремы Колмогорова-Арнольда-Мозера (КАМ).

Ключевые слова: динамический хаос, высоковозбужденный ридбергов атом, внешнее поле, теорема Колмогорова-Арнольда-Мозера

Введение. Среди актуальных задач современной математической физики и дифференциальной геометрии особое место занимает класс задач, связанных с исследованием совокупности эффектов, определяемых как динамический хаос [1-20]. Среди систем, где этот феномен имеет место, особый интерес вызывают квантовые системы [1-8]. Дело в том, что его проявление в таких системах, в отличие, скажем, от биологических, химических систем и т.д., весьма специфично. Эффект динамического хаоса, как правило, проявляется в так называемой квазиклассической области, причем граница между дискретным и сплошным спектром соответствует сепаратрисе в фазовой плоскости системы. Именно с неё начинается разрушение регулярного движения и переход к хаосу. В последнее десятилетие исследование эффекта динамического хаоса в квантовых, как правило, в атомных и двухатомных системах проводилось во многих лабораториях (см., например, [1-20]). Проявления хаоса были открыты в спектре атома водорода в высоковозбужденном состоянии во внешнем электромагнитном поле, зависящем от времени, так называемых ридбергов атомах, ангармоническом квантовом осцилляторе и т.д. Процесс стохастической ионизации для ряда атомов, в частности, атома водорода, атомов щелочных элементов, бария, помещенных во внешнее микроволновое поле детально рассматривался экспериментально и теоретически в работах Галлахера и др. [13-16]. Интерпретация эффекта динамического хаоса в атоме водорода во внешнем поле в терминах теоремы КАМ рассмотрена в [12]. В [17] на основе метода численного решения нестационарного уравнения Шредингера изучалась хаотическая ионизация щелочных атомов в высоковозбужденном состоянии. В [18] впервые развита последовательная квантово-кинетическая теория эффекта хаоса в многоатомных системах. В работах

Кассати и др. [3,4], посвященных анализу феномена хаоса методами нелинейной классической динамики, искомые эффекты нашли достаточно убедительное качественное объяснение. Однако адекватное описание тонких особенностей квантового хаоса требует применения численных методов. Данная работа посвящена изучению эффекта динамического хаоса в ридберговом атоме Rb во внешнем поле. На основе теории квазистационарных квазиэнергетических состояний, операторной теории возмущений, метода комплексного вращения координат [8-12] рассчитана зависимость квазиэнергии

как функция параметров внешнего поля и проанализированы эффекты стабилизации, дестабилизации, фрактальности, особенностей выполнения теоремы КАМ.

Метод квазистационарных, квазиэнергетических состояний и операторная теория возмущений. Метод комплексного вращения координат и операторная теория возмущений Глушкова-Иванова детально изложены в работах [6-9], поэтому ниже мы ограничимся приведением лишь ключевых аспектов искомых теорий, важных для понимания приводимых в работе результатов по рубидию. Ключевой момент связан с тем, что преобразование координат $r' = ar \exp(i\varphi)$ в гамильтониане, оставляя неизменными его собственные значения, соответствующие квазистационарным состояниям, переводит их собственные функции в пространство квадратично интегрируемых функций. В результате задача нахождения энергии сводится к поиску собственных значений неэрмитовой матрицы. В качестве стартового базиса собственных функций эффективным является использование оптимального базиса операторной теории возмущений (аналогично тому как это сделано для атомов водорода, цезия и рубидия задаче Штарка [9,11,12]).

Рассмотрим ридберговый атом во внешнем электромагнитном поле $F(t) = F_0(t) \cos(\omega t)$ (для циркулярно-поляризованной волны: $F(t) = F_0 \{\cos \omega t, \sin \omega t, 0\}$). В рамках метода ККЭС уравнение на ККЭС имеет вид (используется атомные единицы)

$$(-1/2 \cdot \nabla^2 - V(r)\omega L_z + F_0 x)\Psi_E(r) = E\Psi_E(r), \quad (1)$$

где V – модельный потенциал (далее используется потенциал типа Геллмана [11]).

После комплексного преобразования координат уравнение на собственные значения и собственные функции принимает вид

$$(-1/2 \cdot \nabla^2 e^{-2i\varphi} - V(r)e^{-i\varphi} + \omega L_z + F_0 x e^{i\varphi})\Psi_E(re^{i\varphi}) = (E - E_n^o)\Psi_E(re^{i\varphi}), \quad (2)$$

где $E_n^o = -Z^*/2n^2$ - невозмущенное значение энергии,

Z^* -эффективный заряд.

Квадратичная интегрируемость функций квазистационарных состояний обеспечивается при значениях угла комплексного вращения координат φ , определяемых неравенствами

$$|\arg[-(E + N\omega)]^{1/2} < \varphi < \pi/2 - \arg\{-[E + (N-1)\omega]\}^{1/2},$$

где N - пороговое число фотонов, необходимое для ионизации.

При выборе конечного базиса, на котором диагонализуется (2), комплексные собственные значения зависят от φ как от параметра. Задавшись определенной точностью вычисления, размер базиса можно выбрать таким образом, чтобы его вариации не изменяли точности результата. В [11] в качестве базиса предложено использовать систему функций задачи Штурма-Лиувилля. Проблема далее сводится к стационарной задаче на собственные значения и собственные векторы соответствующей матрицы A . Далее обычно ищется лишь одно собственное значение, переходящее при включении поля в основное состояние E_n^0 . Решение задачи отыскания максимального собственного значения и соответствующего собственного вектора далее осуществляется стандартными итерационными методами [6-12]. В случае наличия резонанса на атомных уровнях решение усложняется и тогда матрица имеет несколько близких по модулю собственных значений (для их разделения используется q-p алгоритм). Наконец, сдвиг K и вероятность P ионизации основного состояния атома определяются стандартными выражениями

$$K = \alpha F_0^2 / 4 \operatorname{Re} \Delta E, \quad P = \sigma F_0^4 / 2 \operatorname{Im} \Delta E.$$

Результаты расчета и выводы. Ниже приведем результаты расчета и анализ проявления эффектов квантовых флуктуаций, стабилизации, дестабилизации, фрактальных свойств и особенностей выполнения теоремы КАМ для атома рубидия. Во многом анализ оказывается аналогичен другим подобным системам (см. [8,11,12]). Теоретические и численные оценки [3,10,12] показывают, что при $\omega_0 = \omega n_0^3 > 1$ (n_0 - начальное возбужденное состояние) и напряженности поля $\varepsilon_0 = F_0 n_0^4 > \varepsilon_c \approx (50 \omega_0^{1/3})^{-1}$ движение электрона переходит в хаотический режим, имеет место далее диффузия по состояниям спектра и ионизация. При $\omega_0 \rightarrow 0$ критическое значение поля приближается к статическому пределу $\varepsilon_0 \approx 0,13$. С ростом ω_0 (при условии $\omega_0 < 1$) значения критического поля (для ионизации) растут. Если $\omega_0 > 1$ (электрон находится достаточно далеко от ядра) действие внешнего поля приводит к осцилляциям электрона около его кеплеровской орбиты с частотой

$\Omega \approx \omega^2 / (F_0 m)$. Отметим, что условие $S = \omega / \Omega \gg 1$, выполняемое при $F_0 > F_{stab} = \beta \omega / m$ (β - параметр), определяет границу стабилизации. Искомая граница располагается значительно выше, чем граница статической ионизации и хаоса. Для получения атомов в поле в состояниях, принадлежащих области стабилизации, процесс включения поля должен быть следующим: время включения поля t_s должно быть меньше орбитального периода электрона $2\pi n_0^3$ и справедливо условие: $\int_0^{t_s} F(t) dt \cong 0$.

Ионизация будет иметь место после 1-го орбитального периода. Граница дестабилизации дается формулой: $F_{dest} \approx 16L\omega_0^3 / \pi m^2 n_0^3$ ($L = Ln[(2F_0 / \pi e)^{1/2} / \omega m]$). Важно подчеркнуть, что существование области стабильности атома в поле получено не только в рамках классического (“Kepler map”) динамического моделирования (формально классика работает при условии $\omega \ll 1/n_0^2$), но и на основе квантово-динамического описания движения (“Kramers map”) [2,3]. Отметим, что область стабильности системы понимается и в смысле теоремы КАМ. Выполненный в настоящей работе численный расчет динамики атома рубидия в электромагнитном поле подтвердил существование области стабилизации, лежащей выше границы хаотической динамики. Применение мультифрактального формализма (использована программная версия [19,20]) показывает, что нашей системе присущи фрактальные свойства, в частности, спектр фрактальных размерностей лежит в интервале [1,3-1,9]. Важно отметить, что экспериментальное исследование микроволновой ионизации атомов рубидия детально выполнено так называемой Virginia group [13-16]. На рис.1 приведена рассчитанная зависимость масштабированного порога ионизации $n_0 F_{10\%}(t)$ от масштабированной частоты для атома Rb в микроволновом поле частоты $\omega/2\pi=36$ GHz и различных временах взаимодействия «атом-поле» t . Время взаимодействия варьируется от $t = 128 \cdot 2\pi/\omega$ (кружки), до $t = 327 \cdot 2\pi/\omega$ (квадраты), $t = 759 \cdot 2\pi/\omega$ (звездочки) и $t = 1029 \cdot 2\pi/\omega$ (крестики). Наблюдается уменьшение наклона $n_0 F_{10\%}(t)$ с увеличением времени взаимодействия « атом-поле» t . Важно подчеркнуть, что полученные нами данные находятся в полном согласии с данными весьма сложных расчетов [17] и экспериментом. Отметим, однако, что наш подход оказывается в вычислительном отношении значительно проще методики [17].

Авторы выражают глубокую признательность проф. Глушкову А.В. за полезные советы, помощь и критические замечания.

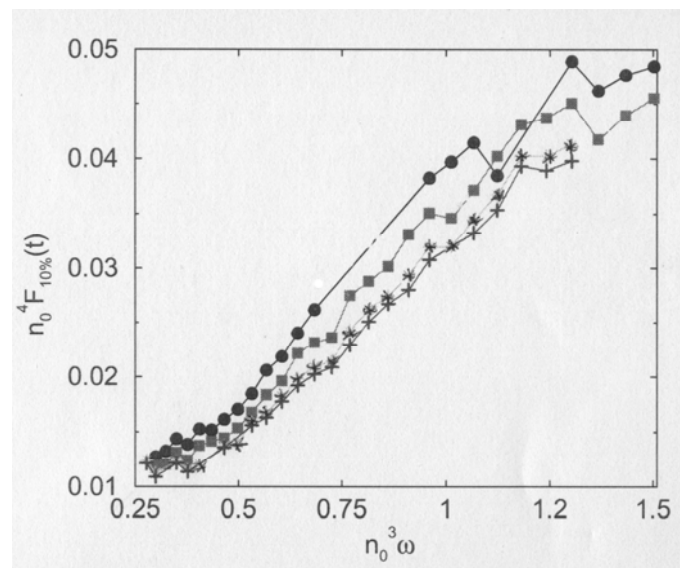


Рисунок 1 – Масштабированный порог ионизации $n_0 F_{10\%}(t)$ как функция масштабированной частоты для Rb в поле частоты $\omega/2\pi=36$ GHz и различных времен взаимодействия « атом-поле» t . Время взаимодействия варьируется от $t = 128 2\pi/\omega$ (кружки) до $t = 327 2\pi/\omega$ (квадраты), $t = 759 2\pi/\omega$ (звездочки) и $t = 1029 2\pi/\omega$ (крестики)

Список литературы

1. Дыхне А.М., Юдин Г.Л. Внезапные возмущения и квантовая эволюция.-М.: Наука, 1996.-428С.
2. Dando P.A., Monteiro T.S. Atoms in Static Fields: Chaos or Diffraction // Photonic, Electronic, Atomic Collisions.-Singapore: World Sci. Pub.-1997.-P.621 -630.
3. Benvenuto F., Casati G., Shepelyansky D.L. Rydberg Stabilization of atoms in strong fields: “magic” mountain in chaotic sea// Z.Phys.B.-1994.-Vol.94.- P.481-486.
4. Casati G., Guarneri I., Mantica G. Classical Stabilization of periodically kicked hydrogen atoms// Phys.Rev.A.-1994.-Vol.50,N6.- P.5018-5024.
5. Dupret K., Zakrzewski J., Delande D. Resonances in the Diamagnetic Rydberg Spectrum: Order and Chaos// Europhys.Lett.-1995.-Vol.31,N5-6.-P.251-256.
6. Преображенский М.А., Рапопорт Л.П. Квазистационарные состояния атома водорода в поле сильной монохроматической волны//ЖЭТФ.-1990.-Т.78.-С.929-935.
7. Глушков А.В. Томас-Фермиевская модель многочастичного осциллятора// Изв.вузов. Сер.Физика.- 1992.- N7.-С.41-47.
8. Глушков А.В. Атом в электромагнитном поле: Численные модели.-Киев, КНТ.-2005.-400С.
9. Glushkov A.V.,Ivanov L.N. DC Strong-Field Stark-Effect: consistent quantum-mechanical approach//J.Phys.B:At.Mol.Opt.Phys.-1993.-Vol.26,N16.- P.L379-L386.
10. Glushkov A.,Ambrosov S.,Malinovskaya S., Resonances in Quantum Systems in strong external field: New Quantum Approach// Journ.of Techn.Phys.-1997.- Vol.38.-P.215-218.

11. *Glushkov A.V., Ambrosov S.V., Ignatenko A.V., Korchevsky D.A., DC Strong Field Stark Effect for Non-hydrogenic Atoms: Consistent Quantum Mechanical Approach // Int.Journ.Quant.Chem.-2004.-Vol.99,N5.-P.936-949.*
12. *Игнатенко В.М., Динамічний хаос в возбужденних рідбергових атомах во зовнішньому полі і теорема Колмогорова-Арнольда-Мозера// Вестник Одесск. гос. эколог. ун-та.-2006.-№2.-241-245.*
13. *Mahon C. R., Dexter J. L., Pillet P., Gallagher T. F., Ionization of sodium and lithium Rydberg atoms by 10-MHz to 15-GHz electric fields// Phys. Rev. A.-1991.- Vol.44.-P. 1859-1872.*
14. *Noel M. W., Griffith M. W, Gallagher T. F., Classical subharmonic resonances in microwave ionization of lithium Rydberg atoms// Phys. Rev. A.-2000.-Vol.62.-P.063401-063412.*
15. *Gallagher T. F., Mahon C. R., Pillet P., Fu P., Newman J.B., Microwave ionization of hydrogenlike Li and Na// Phys. Rev. A.-1989.-Vol.39.-P.4545-4554.*
16. *Seng M., Eichmann U., Lange V., Gallagher T. F., Sandner W., Microwave ionization of Rydberg states of the barium ion// Eur. Phys.J. D.-1998.-Vol.3.-P.21-26.*
17. *Krug A., Buchleitner A., Chaotic Ionization of Nonhydrogenic Alkali Rydberg States// Phys. Rev. Lett. -2001.-Vol.86.-P.3538-3541.*
18. *Glushkov A.V., Malinovskaya S.V., Shpinareva I.M., Kozlovskaya V.P., Gura V.I., Quantum stochastic modeling energy transfer and effect of rotational and v-t relaxation on multi-photon excitation and dissociation for CF₃Br molecules// Int. Journ.Quant.Chem.-2005.-Vol.104, N4 .-P. 512-518.*
19. *Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Tsenenko I.A., Atmospheric teleconnection patterns and eddy kinetic energy content: wavelet analysis// Nonlinear Processes in Geophysics.-2004.-V.11,N3.-P.285-293.*
20. *Glushkov A.V., Bunyakova Yu.Ya., Khokhlov V.N., Prepelitsa G.P., Tsenenko I.A., Sensing air pollution field structure in the industrial city's atmosphere: stochasticity and effects of chaos// Sensor Electr. & Microsyst. Techn.-2005.-N1.-P.80-84.*

Динамічний хаос у високоекситованих станах рідбергових атомів у зовнішньому полі на прикладі Rb і теорема Колмогорова-Арнольда-Мозера.

Игнатенко А.В., Игнатенко В.М., Середенко С.С., Гура В.І.

Динамічний хаос в атомі рубідія (рідбергових атомах) у високоекситованому стані у зовнішньому низькочастотному електромагнітному полі розглянуто на підставі послідовного квантово-механічного підходу- метода квазістаціонарних квазіенергетичних станів. Представлено аналіз прояву ефектів квантових флуктуацій, стабілізації, дестабілізації, наявності фрактальних властивостей та особливостей виконання теореми Колмогорова-Арнольда-Мозера.

Ключові слова: динамічний хаос, рідберговий атом у високоекситованому стані, зовнішнє поле, теорема Колмогорова-Арнольда-Мозера

Dynamical chaos in highly excited states of rydberg atoms in an external field on example of Rb and Kolmogorov-Arnol'd-Mozer theorem.

Ignatenko A.V., Ignatenko V.M., Seredenko S.S., Gura V.I.

Dynamical chaos in Rb atom in the highly-excited state in the external low-frequency electromagnetic field is studied within consistent non-perturbative quantum-mechanical approach -quasistationary quasienergy states method. The quantitative analysis of the quantum fluctuations, stabilization and destabilization effects, the fractal properties availability and the Kolmogorov-Arnol'd-Mozer theorem fulfilling is presented.

Keywords: dynamical chaos, Rydberg atom in highly-excited state, external field, Kolmogorov-Arnol'd-Mozer theorem.