

С. В. Мельник, к.т.н.

Одесский национальный политехнический университет

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СТОКА Р. СТРЫЙ НА ОСНОВЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В результате анализа данных измерений расхода на трех постах р. Стрый, выделялись гармонические и постоянные составляющие. С помощью различных методов, во всех трех рядах наблюдений выявлены схожие по продолжительности гармоника. На базе метода «гусеница» делается прогноз стока р.Стрый.

Ключевые слова: река Стрый, спектральный анализ временных рядов, гармонические составляющие, метод гусеница, прогноз стока.

Вступление. Продолжительные наблюдения на реках всего земного шара, свидетельствуют о циклическом характере колебаний годового стока. Многолетние колебания годового стока так же, как и определяющие их колебания климатических факторов и показателей общей атмосферной циркуляции, принято рассматривать как стохастический процесс, а многолетние ряды годового стока – как ряды случайных величин, к которым применимы законы математической статистики и теории вероятностей. Конечной целью стохастической гидрологии является предсказание с помощью аналитических и экспериментальных моделей наиболее эффективных систем контроля и управления водными ресурсами.

Изучению гидрологических рядов и циклов уделяется все больше внимания в связи с усиливающимся взаимодействием человека с окружающей средой и в связи с возросшим пониманием того, что для нашего поколения является важным сохранение водных ресурсов. Сам гидрологический цикл представляет собой завершённый процесс обращения и перераспределения воды между атмосферой и сушей. Этот процесс непрерывно изменяет баланс между водами суши и атмосферной влагой. Полный цикл является очень сложным в том отношении, что причинно-следственные связи не являются во всех случаях однонаправленными. Благодаря испарению неотъемлемой особенностью гидрологического цикла является обратная связь, т.е. двусторонняя причинность.

Даже в естественных условиях трансформирующая система речного водосбора является весьма сложной. Деятельность человека на водосборе может упростить или усложнить трансформирующую систему. По мере того как все большие участки становятся водонепроницаемыми, сужаются природные зоны, инфильтрация практически устраняется как преобразующий фактор. С другой стороны возрастающая интенсивность стока и эрозия делают систему более сложной. Задача гидрологии – при любых условиях установить природу входного сигнала, состояние и основные свойства бассейновой системы, а также характер сигнала на выходе.

Статистическое описание процесса в виде спектрального анализа используется в различных отраслях науки, в частности для исследования многолетних колебаний речного стока. Так Г.П.Калинин, А.И. Давыдова в работе [1] спектральные характеристики использовали для определения основных частот и продолжительности циклов колебаний годового стока. Ю.М. Алехин и В.Г. Гвоздева [2] моделировали ряды годового стока с использованием их спектральных плотностей. А.В.Рождественский и А.И. Чеботарев [3] проводили проверку степени постоянства спектральных функций, рассчитанных по выборкам различной длительности и с различным нулевым отсчетом для р. Днепр у пгт Лоцманской Каменки. Учитывая

ограниченную продолжительность рядов наблюдений, авторы пришли к выводу о случайном характере циклических колебаний годового стока, с достоверной связью лишь между смежными членами ряда. По мнению самих авторов, эти выводы могут существенно измениться по мере накопления информации и проверке на другом эмпирическом материале. Исследования А.А. Любушина, В.Ф. Писаренко и других авторов [4], проводивших обработку результатов наблюдений по 16 рекам Европы указывают на наличие периодов в 33, 54, 223 года, которые совпадают с колебаниями ряда климатических факторов. Период продолжительностью 50-54 года, по мнению авторов, является доминирующим за последние 1000 лет, и именно эти гармоники обуславливают низкочастотные вариации меры когерентности и вариации постоянной Херста. По уточненным данным 2007 г. [5], полученным с помощью усовершенствованного метода анализа, продолжительность этого цикла составляет 51 год, и максимум приходился на начало 1930-х годов. При проведении анализа автором использовались ряды с 1901 по 1979 годы.

Ряд исследований А.А. Волчек, О.И. Грядунова по многолетним колебаниям весеннего половодья р.Неман и И.И. Лиштвана, В. Ф. Логинова по другим крупным рекам Белоруссии [6] установили более короткие периоды в колебаниях стока рек: 2,94, 5,88, 8,33, 10,2, 14,3 г. Эти периоды в основном являются общими для всех рек, но для некоторых характерны свои мощные циклы. Так, по данным авторов, для р. Неман – г. Гродно характерны циклы с продолжительностью 2,38 и мощные циклы продолжительностью 14,3 и 41,7 лет. Большинство авторов склоняются к выводу, что все циклы в той или иной степени связаны с солнечной активностью.

В.А. Касаткина, О.И. Шумилов, А.Г. Канатьев, Н.П. Шакина, Е.Н. Скриптунова [7, 8] связывают проявление солнечных циклов с периодами 11, 22, 33 и 88 лет с соответствующими климатическими вариациями метеовеличин (температура, влажность), которые в свою очередь, оказывают существенное влияние на речной сток.

Таким образом, среди авторов работ в этой области нет единого мнения о продолжительности циклов в стоке рек, как в целом, так и в рассматриваемом водосборе.

Целью настоящей работы является составление долгосрочного прогноза стока реки Стрый с помощью статистической модели основанной на использовании гармонического анализа.

Материалы и методы исследования.

В качестве объекта исследования были выбраны ряды среднегодовых расходов р. Стрый (правый приток Днестра). Продолжительность непрерывных рядов наблюдений, включая 2005 г. и краткие гидрологические характеристики реки приведены в табл.1. В этом регионе бассейны рек претерпевают относительно небольшую антропогенную нагрузку и у них незначительно зарегулирован сток (относительно левых притоков Днестра стекающих с Подольской возвышенности).

Таблица 1 - Основные характеристики исследуемого водотока до гидрологического поста

Пункт	Площадь водосбора, км ²	Средняя высота водосбора, м	Уклон, ‰	Норма стока (м ³ /с)	Количество лет наблюдений
Матков	106	860	15,3	3,13	52
Завадовка	840	800	6,0	15,9	47
Верхнее Синевидное	2400	760	4,7	45,4	56

Для анализа временных рядов использовалось несколько различных способов. Один из них – спектральный анализ. Основное назначение спектрального анализа - выделение частоты регулярных составляющих сигнала, зашумленного помехами. Современные методы спектральных расчетов используют модификацию классической периодограммы Шустера, в которой квадрат амплитуды каждой периодической составляющей строится в виде функции частоты Фурье. Строго говоря, классический анализ Фурье применим в случае истинных периодических составляющих, когда получаются дискретные линейчатые спектры. Односторонняя функция спектральной плотности мощности определяется как

$$G_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (1)$$

где τ - некоторый временной сдвиг, определяемый как $\tau = k\Delta t$;

k - количество дискретных временных интервалов;

$R_x(\tau)$ - автокорреляционная функция случайного процесса;

f - текущая частота.

Поправки на конечность выборки не применялись. Уравнение (1) дает $m/2$ независимых спектральных оценок, поэтому оценки в точках, отстоящих менее чем на $2f/m$ будут коррелированными, т.е. могут отклоняться относительно истинных значений. m - количество данных в выборке.

Для сравнения временных рядов разных масштабов используют нормированную спектральную плотность, которая получается в результате деления спектральной плотности на дисперсию $G_x(f) / \sigma_x^2$.

Для получения численных коэффициентов коротких гармоник, выявленных с помощью разложения Фурье (рис. 1), использовался метод разложения ряда на аддитивные составляющие.

Численное решение происходило на основе метода исследования временных рядов «гусеница». В зарубежной литературе этот метод также называется Singular Spectrum Analysis (SSA). Он может применяться как к стационарным, так и нестационарным рядам и не предполагает знания параметрической модели ряда. Данному методу посвящены работы [9, 10]. Алгоритм метода состоит из двух основных этапов.

На первом этапе «сингулярное разложение» происходит выделение тренда и гармонических составляющих. При построении разложения с помощью SSA заранее неизвестно, какие составляющие разложения относятся к тренду, а какие составляют периоду.

Существует два подхода определения тренда. Первый заключается в параметрическом задании тренда, т.е. тренд задаётся как некоторая функция f_n от номера n элемента ряда. При таком подходе часто различают *линейный*, *полиномиальный* и *экспоненциальный* тренды. Второй, частотный подход, определяет тренд как низкочастотную составляющую ряда.

Применение метода «гусеница» позволяет рассматривать понятие тренда, синтезирующее оба подхода (параметрический и частотный). В этом случае под трендом принято понимать – медленно меняющуюся составляющую ряда, не являющуюся периодической. Автоматическая идентификация компонент, соответствующих трендовым составляющим позволяет выбрать оптимальный из методов: Кендалла, метода нулей, метода низких частот [10].

Идентификация компонент, соответствующих гармоническим составляющим, основана на периодограмме и использует усовершенствованный метод Фурье. Метод Фурье в классическом понимании плох тем, что не принимает во внимание форму периодограмм сингулярных векторов, а сравнивает только аргументы их максимумов. Но максимумы периодограмм для двух, вовсе не соответствующих гармонике сингулярных векторов, могут случайно совпасть. Поэтому необходимо учитывать форму периодограммы, которая должна быть близка к форме периодограммы гармонического ряда. Исходя из этого требования, должен использоваться усовершенствованный метод Фурье [10].

На втором этапе, вначале используется группировка с вычислением результирующей матрицы, затем диагональное усреднение каждой матрицы сгруппированного разложения приводится в новый ряд длиной N . Новый ряд $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$ будет являться экспоненциально-модулированным гармоническим с частотой ω и экспоненциальным показателем α . Каждая из его компонент задается выражением

$$f_n = A c^{\alpha n} \cos(2\pi\omega n + \phi), \quad \omega \in (0, 0.5], \quad \phi \in (0, 2\pi], \quad 0 \leq n \leq N-1, \quad (2)$$

где A - является модулем гармоник, т.е. показывает изменение амплитуды во времени; C и ϕ - величины, которые зависят от начальных условий описания ряда.

При прогнозировании с помощью метода SSA мы рассматриваем множество временных рядов, описываемых с помощью линейных рекуррентных формул (ЛРФ) вида (2). Класс рядов, управляемых такими ЛРФ, достаточно широк. Например, бесконечный временной ряд управляется ЛРФ тогда и только тогда, когда он является линейной комбинацией произведений экспонент, полиномов и гармоник.

Ряд, управляемый ЛРФ, естественным образом порождает рекуррентное продолжение, так как каждый его член равен линейной комбинации некоторого количества предыдущих. Поэтому коэффициенты этой линейной формулы (если они известны) могут быть использованы и для продолжения временного ряда. Тем самым, главной задачей является нахождение параметров некоторой ЛРФ, управляющей рядом.

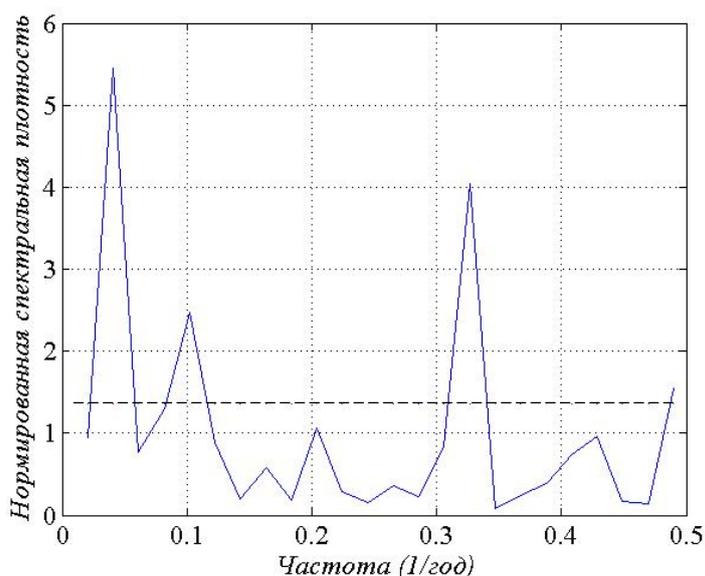


Рисунок 1 - Нормированный спектр стока р.Стрый-Матков.

Результаты

исследований и их анализ.

На рис. 1 показан спектр, построенный на основе быстрого преобразования Фурье. Пунктирная линия показывает верхнюю границу 95% доверительного интервала. На спектре выделяются гармоники с периодом 3, 10 и 23 года. Разрешающая способность данного метода не позволяет достоверно установить наличие гармоник с продолжительностью 2 года, но подъем правого края позволяет

предположить ее наличие. Длина непрерывного ряда составляла 56 лет, что при

данном способе анализа накладывает ограничение на максимальную продолжительность обнаруживаемой гармоник в 28 лет. С другой стороны, по данным других исследователей [5] в Европейских реках существует устойчивая гармоника продолжительностью 50-55 лет. Игнорирование этой гармоник может привести к существенным ошибкам в прогнозах. Поэтому в качестве вспомогательного способа исследования использована тригонометрическая аппроксимация временного ряда на посту р.Стрый-Верхнее-Синевидное. В результате аппроксимации получается уравнение вида

$$Q(\tau) = 43,9 - 1,84 \cos(2\pi n \Delta t / \tau) - 3,23 \sin(2\pi n \Delta t / \tau), \quad (3)$$

где τ - временной отрезок, определяемый как $\tau = k\Delta t$;

n - порядковый номер временного интервала. Графическое изображение результатов дано на рис.2. Как видно из графика длина полупериода гармоник составляет около 25 лет, а максимум приходится приблизительно на 1985 г. Это совпадает с результатами работы [5]. Следующий после 30-х годов максимум гармоник с продолжительностью 51 год должен приходиться как раз на середину 80-х. Аналогичные результаты были получены при анализе данных на 2-х других постах указанных в табл. 1.

Виды гармоник, выделенных из рядов наблюдений с помощью метода «гусеница», показаны на рис. 3. В рядах для

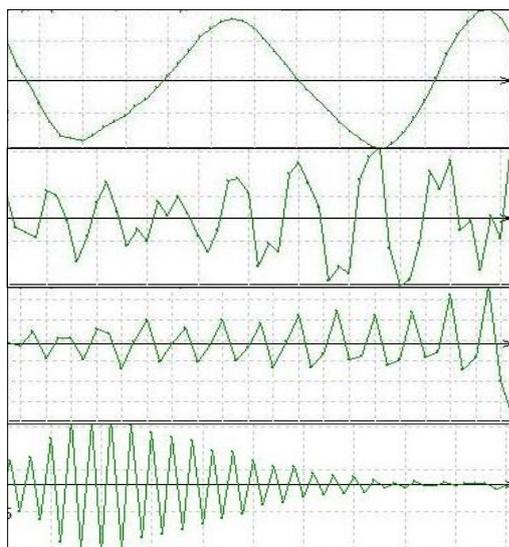


Рисунок 3-Гармоники продолжительностью(сверху вниз) 23,7,3 и 2 года, выделенные в рядах наблюдений на водосборе р.Стрый.

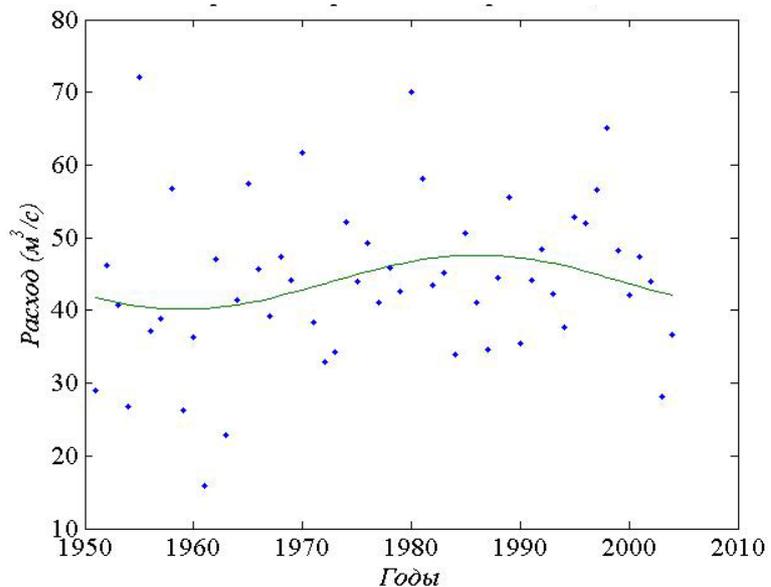


Рисунок 2 - Тригонометрическая аппроксимация стока р.Стрый Верхнее-Синевидное.

всех трех постов однозначно выделяются гармоник продолжительностью 22-23 года, 2 и 3 года (рис.3). Гармоники с продолжительностью 7-10 лет также выделяются во всех трех рядах, но разброс продолжительности здесь относительно высок и вид их не столь явный как у трех предыдущих (рис. 3).

Во временных рядах всех трех постов обращают внимание интенсивно затухающие 2-х летние гармоник и увеличивающиеся амплитуды 3-х летних и 7-10 летних. Вместе с тем гармоник каждого ряда имеет свои характерные особенности. Так на рис. 4 показана 2-х летняя гармоник ряда наблюдений поста Завадовка. На ней также заметно затухание за последнее 10-тилетие, но процесс

затухания сопровождается всплесками. Характерные особенности гармоник и их воспроизведение в прогнозах будет приводить к уникальности прогнозов для каждого поста с сохранением общих черт.

На рис. 5 представлена информация о корнях характеристического полинома ЛРФ. Чем ближе точки к окружности, тем больше они соответствуют гармоникам. Для снижения количества членов уравнения ЛРФ корни упорядочивались по их вкладу в ЛРФ. Четырнадцатым в таком порядке оказывается вещественный корень с координатами 0,42; 0 (рис. 5). Отбрасывание этого корня даже увеличивает точность аппроксимации. Вклад первых 13 корней соответствует 99,3 % и дальнейшее увеличение их числа не приводит к существенному повышению точности. Поэтому останавливаемся на этом количестве корней и пересчитываем значения коэффициентов характеристического полинома. Такую ЛРФ обычно называют *минимальной*. Даже в минимальной ЛРФ количество коэффициентов должно быть больше, чем количество используемых гармоник. Это объясняется тем, что модули гармоник изменяются во времени (рис. 3, рис. 4) и для компенсации этих изменений ЛРФ должна содержать смежные частоты. Так сложность модуляции 2-х летней гармоник приводит к тому, что корни минимальной ЛРФ имеют частоты 2,0; 2,2; 2,5 года. Попытка оставить только один из коэффициентов описывающий гармоники приводит к тому, что на каком-то одном отрезке времени ряд аппроксимируется удовлетворительно, а на другом довольно плохо.

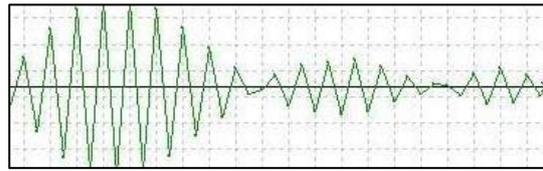


Рисунок 4 - Гармоника продолжительностью 2 года, выделенная в рядах наблюдений на посту Завадовка.

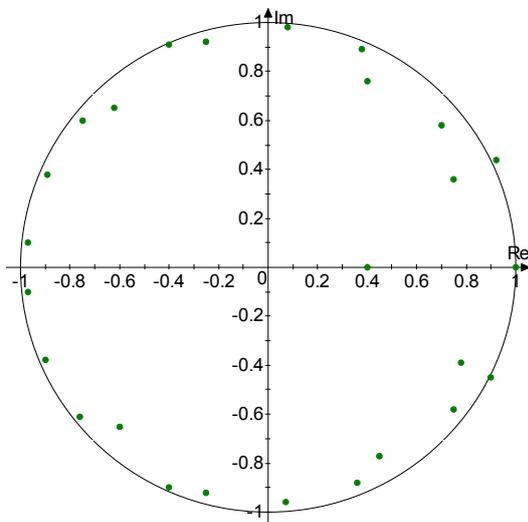


Рисунок 5 - Корни характеристического полинома на комплексной плоскости в координатах (Re; Im).

В основу прогноза положены не только гармоники, выявленные с помощью метода «гусеница», но и 51-летняя гармоника, обоснованная в ряде других работ и полученная в виде уравнения (3). Адекватность модели проверялась по ряду параметров. Так сравнения расчетных значений критерия Стьюдента – 0,52 и Фишера – 1,3 с критическими позволило сделать выводы об однородности рядов и дисперсий. Качество методики прогноза по отношению – $S/\sigma = 0,29$ можно считать «отличным». Несмотря на то, что прогноз делается в 2007 году заблаговременность прогноза можно принимать от 3 до 10 лет (поскольку данные за 2006 и 2007 годы отсутствуют). Прогноз, полученный с помощью данной статистической модели

удобней представлять в третьей форме выпуска. Численные значения для поста Верхнее-Синевидное приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Долгосрочный прогноз среднегодового стока р. Стрый с.Верхнее-Синевидное

Год	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Расход (м ³ /с)	45,4	54,6	51,5	60,4	57,1	46,2	47,3	49,3
Обеспеченность (%)	12	64	52	87	77	16	25	41

На рис. 6 показан ряд наблюдений расходов на р.Стрый – с.Верхнее-Синевидное, аппроксимирующий ряд получаемый с помощью минимальной ЛРФ и прогноз до 2015 года.

Прогнозы по трем постам несколько отличаются по виду, но имеют общий характер, увеличение стока в период 2008-2012 годов с последующим снижением.



Рисунок. 6 - Ряды наблюдений (1951-2005) и прогнозы стока на р.Стрый.

Выводы. Исследования различных видов спектров стока реки Стрый позволили выявить наличие 2-х, 3-х, 5-7-ти, 10-11-ти, 23-25-ти и 51-53 летних периодов в данных стока рассмотренной реки. Аналогичные периоды, в различных сочетаниях, выявлялись другими исследователями [2, 3, 4, 5], но для других регионов. Результаты исследования цикличности использовались при построении стохастической модели и долгосрочного прогноза стока р. Стрый. В дальнейших исследованиях временных рядов других рек бассейна Днестра предстоит проверить наличие выявленных гармоник и адекватность получаемых моделей для других рек бассейна Днестра.

Список литературы

1. Калинин Г.П., Давыдова А.И. Исследование циклических колебаний стока рек северного полушария // В кн.: Многолетние колебания стока и вероятностные методы его расчета. – Изд. МГУ, 1967. – С. 35-44.
2. Алехин Ю.М., Гвоздева В.Г. Усовершенствованный способ моделирования рядов годового стока с учетом их спектрального состава // Труды ЛГМИ. – 1969. – Вып. 35. – С. 105-110.

3. Рожественский А.В., Чеботарев А.И. Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеоздат, 1974. – 423 с.
4. Любушин А.А., Писаренко В.Ф., Болгов М.В., Т.А.Рукавишников Т.А. Исследование общих эффектов вариаций стока рек // Метеорология и гидрология, 2003. – №7. – С. 76-88.
5. Любушин А.А. Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга / отв. ред. Г.А. Соболев; Ин-т физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. – М.: Наука, 2007. – 228 с.
6. Логинов В. Ф., Иконников В. Ф. Спектрально-временной анализ уровня режима озер и колебаний расходов воды крупных рек Беларуси // Природопользование. Сб. Науч. тр. // Под ред. И. И. Лиштвана, В. Ф. Логинова. Вып. 9. Ин-т проблем использования природ. ресурсов и экологии НАН Беларуси. – Мн.: ОДО “Тонпик”, 2003. – С. 25 – 33.
7. Касаткина В.А., Шумилов О.И., Канатьев А.Г. Проявление циклов солнечной активности в атмосфере Северной Атлантики и Европе // Метеорология и гидрология, 2006. – №1. – С. 55-59.
8. Шакина Н.П., Скриптунова Е.Н. Спектры повторяемости осадков на территории европейской части бывшего СССР в зависимости от интенсивности фронтальных зон и неустойчивости сеточного масштаба // Метеорология и гидрология, 2006. – №4. – С. 5-18.
9. Голяндина Н.Э. Метод “Гусеница”-SSA: анализ временных рядов: учебное пособие. – СПб.: ВВМ, 2004. – 76 с. – ISBN 5-9651-0019-1.
10. Александров Ф. И. Выделение аддитивных компонент временного ряда при пакетной обработке методом “Гусеница”-SSA // Вестник СПбГУ, Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия. – 2006. – № 2. С. 71–74. – ISSN 1025-3106.

Прогнозування стоку р.Стрий на основі гармонійного аналізу часових рядів.

Мельник С.В.

У результаті аналізу даних вимірів витрати на трьох постах р. Стрий виділялися гармонійні й постійні складові. За допомогою різних методів, у всіх трьох рядах спостережень виявлені схожі по тривалості гармоніки. На базі методу "гусениця" робиться прогноз стоку р.Стрий.

Ключові слова: річка Стрий, спектральний аналіз часових рядів, гармонійні складові, метод "гусениця", прогноз стоку.

Forecasting of the drain of river Stryi on the basis of the harmonious analysis of time number.

Melnyk S.

As a result of the analysis of the given measurements of the expense on three posts of river Stryi, harmonious and constant components were allocated. By means of various methods, in all three numbers of supervision similar harmonics on duration are revealed. On the basis of a method SSA-"caterpillar" the forecast of a drain of river Stryi becomes

Keywords: the river Stryj, the spectral analysis of time numbers, harmonious components, a method SSA-"caterpillar", the drain forecast.