

## МЕЗОСТРУКТУРА ПОЛЯ ВІТРУ У ЗОНАХ АТМОФЕРНИХ ФРОНТІВ: ПРОСТОРОВО - ЧАСОВІ ОСОБЛИВОСТІ ТА СПРОЩЕНІ ПРИЙОМИ МОДЕЛЮВАННЯ

*Розглянуті особливості мезомасштабної структури поля вітру на стадії інтенсивного фронтогенезу. Обґрунтовується можливість і алгоритм моделювання цих особливостей за допомогою методів теорії функцій комплексного змінного. Наводяться результати числових експериментів, обговорюються переваги і недоліки запропонованого підходу.*

**Ключові слова:** поле вітру, атмосферний фронт, поперечна циркуляція, вихрові структури, полюси функції.

**Вступ та постановка задачі.** Головною відмінністю поля вітру у зоні атмосферних фронтів (АФ) є наявність горизонтального циклонічного зсуву його подовжньої складової. Оскільки максимуми паралельних фронту складових спостерігаються як в перед-, так і в зафронтальному повітрі, а напрямки їх протилежні, то величина вертикальної складової відносної завихреності буде мати максимум саме в області фронтальної зони [1].

Насамперед зазначимо, що вихори можуть виникати або руйнуватися під впливом трьох основних причин [2]:

- 1) якщо сили, що діють на одиницю маси рідини, не мають потенціалу;
- 2) якщо густина не є функцією лише тиску, а залежить і від інших величин;
- 3) якщо рідина не ідеальна, тобто мають місце сили в'язкості.

Логічно припустити, що у зонах АФ (тобто у зонах підвищеної барокліності, наявності вертикальних зсувів вітру), по-перше, може мати місце утворення вихорних мезомасштабних рухів, по-друге, величина горизонтальних складових їх вихору швидкості вже не є знехтувально малою (оскільки при дослідженні процесів мезомасштабу враховується, що сили, діючі в атмосфері, відіграють для них дещо іншу роль, ніж для макромасштабних рухів, на фоні яких мезомасштабні процеси розвиваються).

Можливість виникнення вихорних рухів у зонах підвищеної барокліності обґрунтовується і теоремою В.Б'єркнеса, яка стверджує, що похідна за часом від потоку вектора вихору крізь яку-небудь рідку поверхню  $S$  дорівнює різниці числа додатних і від'ємних одиничних ізобаро-ізостеричних трубок, що перетинають поверхню  $S$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = N' - N''.$$

Отже, перетин ізобаричних та ізостеричних поверхонь, характерний для фронтальних зон, спричиняє утворення вихорів.

Для визначення напрямків повітряних потоків проміжних масштабів в зоні АФ (так званої «тяги» фронтів), поряд з впливом рухів синоптичного масштабу, необхідно врахувати спрямованість векторів завихреності фронтальних вихорних структур, яка істотно залежить від поточної стадії цикло- та фронтогенезу.

Тому **метою** статті є визначення просторово-часових особливостей мезомасштабних повітряних потоків в зонах АФ і розробка та реалізація оперативних методів їх моделювання.

**Основні матеріали досліджень.** Неоднорідна адвекція температури, що формує її горизонтальні контрасти та, як наслідок, запаси доступної потенціальної енергії у межах барокліної зони, створює передумови для виникнення рухів, які вирівнюють горизонтальні контрасти метеовеличин.

Одним з головних елементів у структурі рухів з характерними розмірами від сотень до 1-2 тис. км в зоні АФ є так звана тепла тягова смуга (warm conveyor belt), у потоці якої зазвичай виділяється струминна течія нижніх рівнів (СТНР). Процес фронтогенезу передбачає не тільки збільшення горизонтального температурного градієнта (і вертикального зсуву вітру) у шарах вище і нижче СТНР, але й збільшення зсуву на рівні осі струменя, де градієнт температури дорівнює нулю. Градієнт кількості руху збільшується внаслідок конвергенції, і цей процес посилюється агеострофічними рухами з найбільшими величинами кутової швидкості саме там, де швидкість вітру максимальна. Рух повітря, яке буде брати участь у такому процесі, схематично можна відобразити наступним чином (рис.1). Для генерації зон завихрення поблизу рівня максимального вітру у граничному шарі необхідний свого роду розтяг по вертикалі області на тій стороні струминної течії, де спостерігається циклонічний зсув вітру. Аналогічні результати щодо струминних течій верхньої тропосфери отримані

Еліасеном [3], який показав, що «напруженість джерела» циркуляції визначається за наступним співвідношенням:

$$Q = 2 \left( \frac{\partial u_g}{\partial p} \frac{\partial v_g}{\partial y} - \frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial v_g}{\partial p} \right), \quad (1)$$

де  $u_g, v_g$  – складові геострофічного вітру. Наведений вираз (1) представляє інтерес для опису поперечної циркуляції поблизу струминних течій, а відповідно і зон підвищеної барокліності. У випадку, коли є сходимість ( $\partial v_g / \partial y < 0$ ), а ізотерми паралельні ізогісам абсолютної топографії ізобаричної поверхні ( $\partial v_g / \partial p = 0$ , в результаті чого останній член рівняння перетворюється на нуль), поперечна циркуляція набуває парної структури (рис.2). Ці дві тороїдальні циркуляції центруються біля областей з максимальним значенням складових  $\partial v_g / \partial p$  і  $\partial v_g / \partial y$ . Наведений факт промовисто вказує, що там,

де ізотерми вже зблизилися і конвергенція потоків максимальна, подальше збільшення градієнта температури буде локалізовано у місцях з наявністю найбільш інтенсивної циркуляції, що приводить фактичний вітер у рівновагу з термічним.

Врахування впливу тертя у шарі Екмана на виникнення та існування вищезазначених вихрових структур зводиться до необхідності притоку повітря до лінії фронту як з холодної, так і з теплої сторін, тобто наявності нижньої конвергенції. Необхідні висновки щодо цього отримані Сандерсом [4], який показав, що найбільш

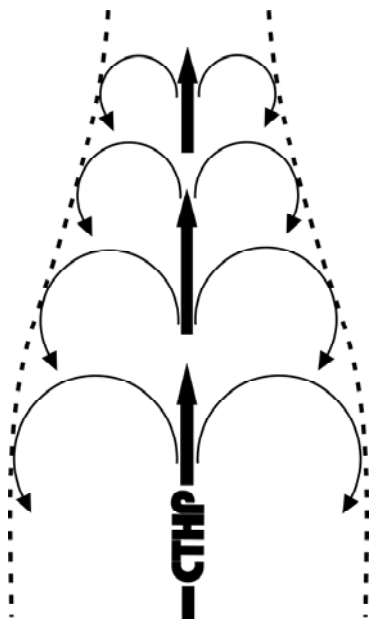


Рисунок 1 – Схема поперечної циркуляції поблизу рівня СТНР під час фронтогенезу.

інтенсивна генерація фронту відбувається у його найнижчій частині (нижче рівня 900мб).

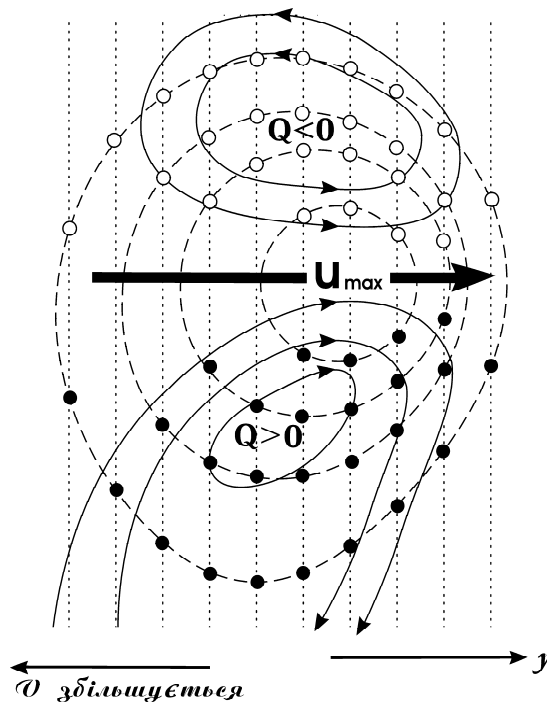


Рисунок 2 - Поперечна циркуляція в області ідеалізованого ядра струменевої течії з однородною конвергенцією поля геострофічного вітру на всіх висотах [5].

Отже, підсумовуючи вищевикладене, можна сформулювати наступне:

1) зони АФ зі значними швидкостями повітряних потоків у шарі тертя характеризуються наявністю агеострофічних рухів, що збільшують конвергенцію;

2) згадані рухи мають вихровий характер, парну структуру, протилежні напрямки обертання та локалізуються у місцях найбільшої концентрації фронтальних властивостей;

3) моделювання мезомасштабних рухів повітря у зоні АФ повинно враховувати інтенсивність вихорних пар, орієнтацію їхньої осі відносно лінії фронтального розділу, співвідношення між інтенсивностями циркуляцій різних знаків, кут нахилу до поверхні землі тощо.

Моделювання потоків проміжних масштабів у зоні атмосферних фронтів виконаємо із залученням методів теорії аналітичних функцій комплексного змінного.

Варто окремої уваги питання вибору аналітичної функції, система ліній току якої повинна встановлювати певну кінематичну картину поля швидкостей. Спираючись на результати [2, 6, 7], будемо використовувати властивості аналітичної функції

$$w = \frac{1}{z},$$

де  $z = x + iy$  – комплексна координата.

Для цього, на першому кроці, описуються числові значення вузлів сітки на комплексній площині, що накладається на вибрану область розв'язання, розташовуючи при цьому початок координат у її центрі. Відповідно на уявній ( $Im$ ) додатній піввісі отримаємо значення  $0, 0+i, 0+2i, \dots$ ; на від'ємній піввісі  $-0, 0-i, 0-2i, \dots$ ; та, за аналогією,

на дійсній ( $Re$ ) додатній піввісі - значення  $0, 1+i, 2+i, \dots$ ; на від'ємній піввісі -  $0, -1+i, -2+i, \dots$  і т.д.

Враховуючи, що функція  $w$  є аналітичною для комплексного аргумента  $z$  та

$$w = \varphi + i\psi,$$

де  $\varphi$  – потенціал швидкості;  $\psi$  – функція току, далі отримаємо

$$\varphi + i\psi = \frac{1}{x + iy} = \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y}{x^2 + y^2} i.$$

У такому разі лінії току будуть представлені системою кіл

$$\frac{y}{x^2 + y^2} = \text{const} = C \text{ або } x^2 + y^2 - \frac{1}{C} y = 0,$$

що дотикаються до осі  $OX$  у початку координат, а ізопотенціальні лінії

$$\frac{x}{x^2 + y^2} = \text{const}$$

дають іншу систему кіл, що дотикається до осі  $OY$  у початку координат.

Сукупність джерела та стоку з потужностями  $+m$  та  $-m$ , що розташовані на нескінченно малій відстані  $\delta s$  одне від одного, являють собою диполь. Добуток  $M = m \delta s$  є моментом диполя, який вважається векторною величиною, що спрямована однаково з вектором  $\delta s$  від стоку до джерела. Цей напрямок називається віссю диполя.

У разі, якщо вісь диполя складає кут  $\alpha$  з віссю  $OX$ , то вираз для комплексного потенціалу буде

$$w = -\frac{Me^{\alpha ki}}{2\pi z}.$$

Якщо на площині  $XOY$  у точках  $z = a_1, z = a_2, \dots, z = a_n$ , розташовані диполі, моменти яких дорівнюють  $M_1, M_2, \dots, M_n$ , а осі утворюють кути  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  з дійсною віссю  $OX$ , то комплексний потенціал буде виражатися формулою

$$w = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n \frac{M_k e^{\alpha_k i}}{z - a_k}, \quad (2)$$

де  $z$  – комплексна координата вузла сітки;

$a_k$  – комплексна координата  $k$ -ої особливої точки (полюса) функції;

$M_k$  – інтенсивність  $k$ -го диполя;

$\alpha_k$  – кут орієнтації  $k$ -го диполя відносно осі.

Розглянемо найбільш простий варіант розрахунку функції (2) на комплексній площині, беручи  $n = 1$ ;  $M_k = 1$ ;  $\alpha_k = 0$ . Відповідно другий крок буде полягати у відніманні комплексної координати полюса функції з комплексної координати кожного вузла сітки точок, що накладена на область розв'язання.

На наступному, третьому, кроці виконується операція ділення одиниці на значення  $z - a_k$  для кожного вузла. Для цього, за правилами комплексної арифметики, дріб потрібно розширити на число, спряжене зі знаменником, тобто

$$\frac{1}{z - a_k} = \frac{1}{x + iy} \frac{x - iy}{x - iy},$$

враховуючи, що  $i^2 = -1$ .

Розмежувавши дійсну та уявну частини розрахованих комплексних чисел та провівши ізолінії, на четвертому кроці отримаємо дві картини розподілу кривих: одну для потенціалу  $\varphi = const$ , іншу для функції току  $\psi = const$ . Оскільки функції  $\varphi$  та  $\psi$  є спряженими, то з геометричної точки зору несуттєво, які з кривих брати за лінії току, а які - за ізопотенціальні криві. Приклад розрахунку ліній току за вищевикладеним алгоритмом наведений на рис.3а, з якого видно, що система отриманих ізоліній відповідає кінематичній картині рис.1, 2, а саме: рух є вихорним, має парну структуру та протилежні напрямки обертання.

Ускладнимо завдання, вводячи до розгляду величини моменту диполя  $M_k$ , кута його орієнтації  $\alpha_k$  відносно уявної осі ( $Im$ ) та довільно обираючи координату полюса  $a_k$ , що не співпадатиме з початком координат. Результат побудови функції (2) з урахуванням цих параметрів представлений на рис.3б, в.

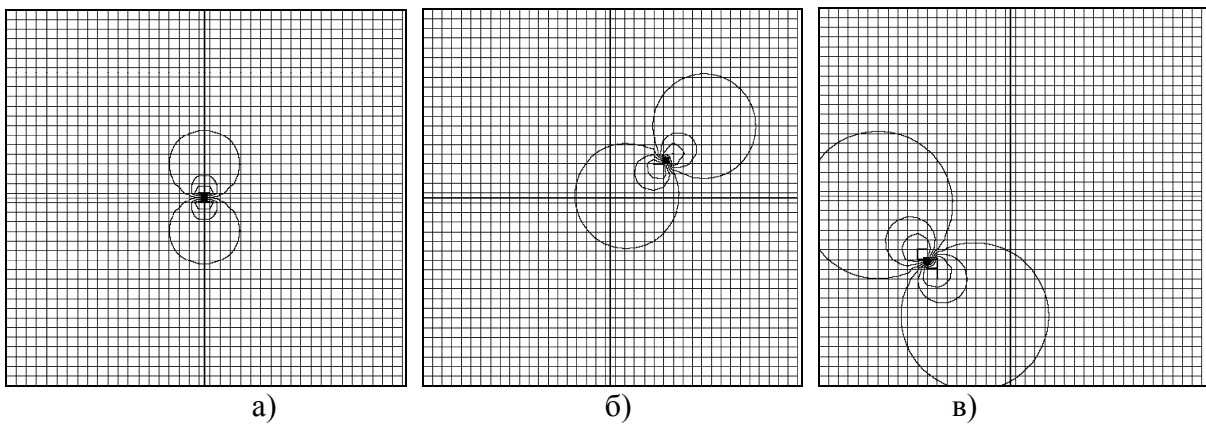


Рисунок 3 – Кінематична картина поля швидкостей, що встановлюється функцією (2) за умов:

- а)  $M_k = 1$ ,  $\alpha_k = 0^\circ$ ,  $a_k = 0+0i$ ; б)  $M_k = 3$ ,  $\alpha_k = 40^\circ$ ,  $a_k = 5+4i$ ;  
в)  $M_k = 7$ ,  $\alpha_k = 340^\circ$ ,  $a_k = -8-6i$ .

Видно, що при зростанні величини моменту диполя збільшується область, охоплена вихровими циркуляціями, тобто збільшення величини інтенсивності диполя пов'язується з інтенсивністю протікання процесів фронтогенезу у граничному шарі.

З огляду на факт мінливості напрямків потоків проміжних масштабів уздовж АФ [5, 8] є суттєвим врахування напрямку циркуляції, що встановлюється змодельованими вихровими структурами – він змінюється на протилежний за умови зміни знаку моменту диполя (джерело  $+m$  та стік  $-m$  міняються місцями). Це дає змогу задати в залежності від типу фронту, стадії цикло-та фронтогенезу до- або відцентровий напрямок руху повітря в області фронтальної зони.

Для утворених вихорних рухів буде характерним зворотній позитивний зв'язок зі швидкістю мезомасштабних потоків у зонах АФ, оскільки рухам такого характеру буде відповідати та чи інша величина і знак вектора вихора, тобто вихрові циркуляції за рахунок створення власної тяги (рис. 4) виступають своєрідними «каталізаторами» процесу фронтогенезу.

Для дослідження просторово-часових особливостей мезомасштабного поля вітру виберемо класичну ситуацію молодого циклону з системами теплого і холодного фронтів (рис. 5а).

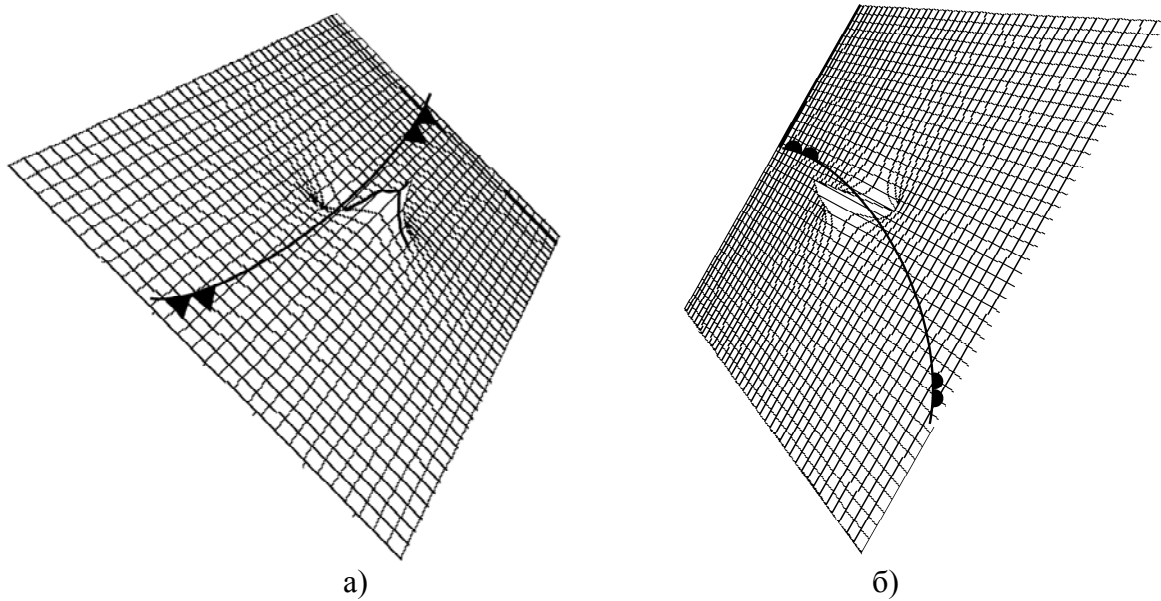


Рисунок 4 – Формування додаткового перенесення (спрямованість вектора вихору) у зоні холодного (а) та теплового (б) фронтів на прикладі однієї вихрової пари.

Моделювання ліній току, що створюються рухами синоптичного масштабу в циклоні, виконаємо, спираючись на результати [8], використовуючи властивості аналітичної функції  $w = \ln z$ .

Зазначимо, що величина моментів диполів як на теплому, так і на холодному фронті бралися однаковою, хоча таке припущення і виглядає дещо модельним. Натомість, розташування джерел та стоків маси відносно лінії фронтального розділу для теплового і холодного фронтів бралися протилежними та орієнтувалися таким чином, щоб кут осі диполя з лінією фронту складав приблизно  $90^\circ$ . Саме тому у нашому випадку кути орієнтації диполів становлять  $\alpha_1 = 20^\circ$  на теплому фронті,  $\alpha_2 = 300^\circ$  - на холодному (рис.5б) і навпаки (рис.5в).

Дійсно, з фізичної точки зору, особливості руху вихорів у рідині припускають таку можливість. Вихор у точці  $z_1$  рухається виключно під впливом іншого вихору, оскільки вихор сам на себе не впливає. Тобто перший вихор буде обертатися навколо іншого по колу, так само як другий вихор буде обертатися навколо першого. Відстань між вихорами при русі повинна зберігатися постійною увесь час. Доведення цих тверджень наведено в [2] і стисло полягає у наступному. Складемо диференціальні рівняння руху вихорів  $z_1$  і  $z_2$ , розділяючи в них дійсну та уявну частини:

$$\begin{aligned}
 1) \quad \frac{dx_1}{dt} &= -\frac{\Gamma_2}{2\pi} \cdot \frac{y_1 - y_2}{r^2}; & 3) \quad \frac{dx_2}{dt} &= \frac{\Gamma_1}{2\pi} \cdot \frac{y_1 - y_2}{r^2}; \\
 2) \quad \frac{dy_1}{dt} &= \frac{\Gamma_2}{2\pi} \cdot \frac{x_1 - x_2}{r^2}; & 4) \quad \frac{dy_2}{dt} &= -\frac{\Gamma_1}{2\pi} \cdot \frac{x_1 - x_2}{r^2},
 \end{aligned}$$

де  $r^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ .

Виконавши нескладні перетворення, отримаємо так звані „інтеграли руху центра інерції” системи двох вихорів, які показують, що координати точки

$$x_c = \frac{\Gamma_1 x_1 + \Gamma_2 x_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2}, \quad y_c = \frac{\Gamma_1 y_1 + \Gamma_2 y_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2},$$

яка називається „центром інерції” вихорів, залишаються незмінними під час руху. Далі можна показати, що

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = const \text{ або } r = const.$$

Таким чином, відстань між двома вихорами залишається постійною. Зіставляючи цей результат з попереднім про зберігання „центру інерції” вихорів, приходимо до висновку, що два вихори обертаються навколо центра інерції зі зберіганням відстані між ними. Крім цього, оскільки сума моментів інерції мас відносно початку координат не змінюється з часом, то вихори будуть рухатися поступально з постійною швидкістю, перпендикулярною до прямої, що з'єднує вихори.

Орієнтація вихорних пар у випадку рис.5б не порушує систему ліній току, що характерна для циклонічної циркуляції. В області холодного фронту виділяється зона підвищених градієнтів функції току, яка спричиняє інтенсивне перенесення повітря у доцентровому напрямку. Факт наявності у передфронтальному повітрі теплої тягової смуги та пов'язаної з нею адвекції найбільш теплого і вологого повітря дає підстави стверджувати, що перенесення повітря вздовж ХФ до центра циклону додатково стимулює процес його поглиблення.

В зоні ТФ, навпаки, спостерігається перенесення повітря з відцентровою спрямованістю, що також є характерним для стадії молодого циклону [1].

Кінематична картина поля швидкостей на рис.5в, на відміну від попередньої, порушує конвергенцію повітряних мас у центрі циклону. Для цього варіанта розташування вихорних пар характерний відтік повітря від центра циклону, що характерно для стадії його заповнення. Напрямок перенесення повітря в зоні теплої і холодного фронтів змінився на протилежний і має відцентрову спрямованість для ХФ та доцентрову для теплої.

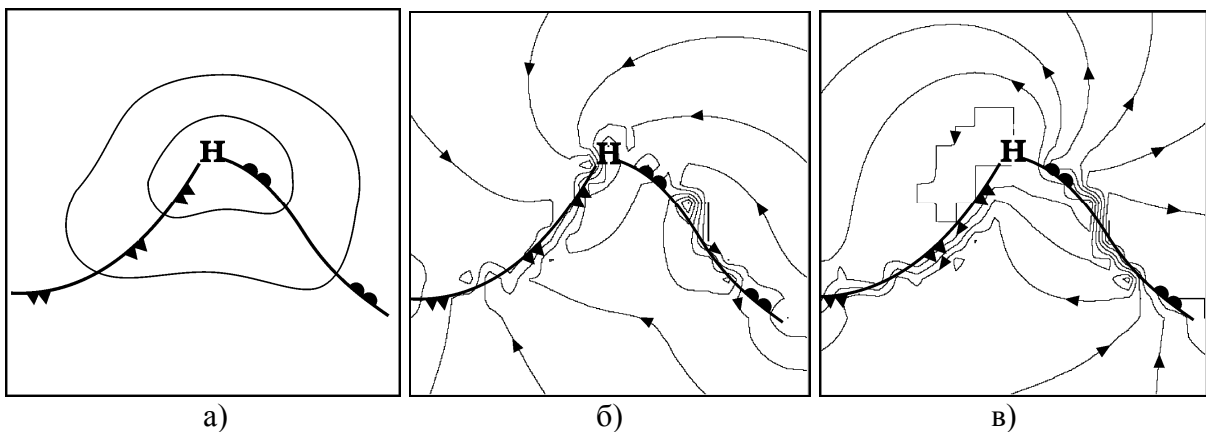


Рисунок 5 – Поле функції току  $\psi$  синоптичної ситуації (а) за умови  $M_k = const$  та кута осей диполів:

(б):  $\alpha_1 = 20^\circ$ - на ТФ,  $\alpha_2 = 300^\circ$ - на ХФ;

(в):  $\alpha_1 = 300^\circ$ - на ТФ,  $\alpha_2 = 20^\circ$ - на ХФ.

Отримані результати дають змогу стверджувати, що на етапі поглиблення циклону джерела маси вихорних пар розташовуються у повітрі теплої сектору (для ХФ перед лінією фронту, для ТФ – за нею). Стоки маси у цьому випадку, навпаки, локалізуються за ХФ та перед ТФ, тобто у відносно холодному повітрі.

**Перспективи подальших досліджень.** Найбільш очевидними перевагами запропонованого підходу є зручність і простота його використання, для вирішення вищезазначених проблем не вимагається трудомістких розрахунків або значних

обчислювальних потужностей. Реалізація методу дозволяє отримати схему руху повітря у зоні АФ з урахуванням впливу мезомасштабних вихрових збурень, що накладаються на рухи синоптичного масштабу. Це має досить вагоме прикладне значення – з'являється можливість оперативного моделювання процесів перенесення домішок у граничному шарі атмосфери при проходженні АФ.

Поряд з наведеними перевагами залишається ряд невизначеностей, розв'язання яких дозволило б істотно покращити кінцеві результати. Головними серед них є визначення кута нахилу вихрової пари до поверхні землі, співвідношення між інтенсивностями циркуляцій різних знаків з урахуванням поточної стадії фронтогенезу, впливу турбулентності (особливо у зоні ХФ) на існування агеострофічних рухів, просторових особливостей шарів, охоплених вихровими циркуляціями та їх зв'язку зі ступенем бароклінності у межах фронтальної зони [9].

#### **Висновки:**

- 1) для 2-3 стадій розвитку циклону є властивим доцентровий напрямок перенесення повітря на ХФ та відцентровий на ТФ;
- 2) стадія заповнення циклону характеризується зміною напрямків повітряних потоків проміжних масштабів як на холодному, так і на теплому фронтах;
- 3) інтегральна завихреність атмосферних фронтів, що входять до структури циклону, перевищує величину вихору самого циклону та спроможна впливати на його подальшу еволюцію.

#### **Список літератури**

- 1) Шакина Н.П. Динамика атмосферных фронтов и циклонов.- Л.: Гидрометеиздат.- 1985.- 264 с.
- 2) Кочин Н.Е., Кибель И. А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика.- М.: ГИТТЛ.-т.1,1948.- 487 с.
- 3) Eliassen A. On the vertical circulation in frontal zones // Geofys. Publikasjoner, Norske Videnskaps-Akad. Oslo, 1962- v. 24, N4 - P.147-160.
- 4) Sanders F. An investigation of the structure and dynamics of an intense surface frontal zone // J. Meteorol., 1955- v.12, N6 - P.542-552.
- 5) Э.Пальмен, Ч.Ньютон. Циркуляционные системы атмосферы- Л.: Гидрометеиздат.-1973.- 616с.
- 6) Ефимов В.А., Петерсон В.Б. Объективный анализ фронтогенеза на основе гидродинамической модели вихревых полей в зоне фронта // Научно-технический сборник.- Одеса, ОІСВ, 1997.- Т.3, ч.1.- С.103-108.
- 7) Joly A. The Stability of Steady Fronts and the Adjoint Method: Nonmodal Frontal Waves // J. Atmos. Sci.- 1995.- № 17, V.52.- P. 3082-3107.
- 8) Ивус Г.П., Ефимов В.А. Физика антициклогенеза.- К.: КНТ, 2005.- 207 с.
- 9) Грушевский О.Н., Ешану А.Е. Объективный анализ интенсивности мезомасштабных вихревых структур в зоне атмосферных фронтов // Матеріали VII наукової конференції молодих вчених ОДЕКУ 18 - 20 травня 2006 р. - С. 22-23.

#### **Мезоструктура поля ветра в зонах атмосферных фронтов: пространственно-временные особенности и упрощенные приемы моделирования. Грушевский О.Н.**

*Рассмотрены особенности мезомасштабной структуры поля ветра на стадии интенсивного фронтогенеза. Обосновывается возможность и алгоритм моделирования этих особенностей при помощи методов теории функций комплексного переменного. Представлены результаты численных экспериментов, обсуждаются преимущества и недостатки предложенного подхода.*

**Ключевые слова:** поле ветра, атмосферный фронт, поперечная циркуляция, вихревые структуры, полюса функции.

#### **Mesoscale structures fields of the wind in areas of atmospheric fronts: spatio-temporal features and simplified receptions of simulation. Hrushevsky O.**

*The features of mesoscale structure of the field of wind on the stage of intensive frontogenesis are considered. Possibility and algorithm of simulation of its features through the methods of theory of functions of complex variable is grounded. The results of numeral experiments are represented; advantages and lacks of offered approach come into question.*

**Keywords:** field of wind, atmospheric front, transversal circulation, vortex structures, poles of function.