

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС В ВОЗБУЖДЕННЫХ РИДБЕРГОВЫХ АТОМАХ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ И ТЕОРЕМА КОЛМОГОРОВА-АРНОЛЬДА-МОЗЕРА

Динамический хаос в атоме водорода в высоковозбужденном состоянии (ридбергов атом) во внешнем, низкочастотном, электромагнитном поле рассмотрен на основе последовательного непертурбативного квантово-механического подхода: метода квазистационарных, квазиэнергетических состояний. Представлена количественная диаграмма проявления эффектов квантовых флуктуаций, стабилизации, дестабилизации, наличия фрактальных свойств и особенностей выполнения теоремы Колмогорова-Арнольда-Мозера (КАМ).

Ключевые слова: динамический хаос, высоковозбужденный ридбергов атом, внешнее поле, теорема Колмогорова-Арнольда-Мозера

Введение. Динамический хаос как совокупность эффектов, наблюдаемых в различных системах, относится к числу сугубо нелинейных эффектов и поэтому его проявление в квантовых системах, описываемых уравнениями типа Шредингера или матрицы плотности, весьма специфично. Как правило, этот феномен проявляется в квазиклассической области, т.е. в высоковозбужденных состояниях. Граница между дискретным спектром и континуумом соответствует сепаратрисе в фазовой плоскости системы. Именно с неё начинается разрушение регулярного движения и переход к хаотическому режиму. Важно отметить, что динамический хаос имеет место в квантовых системах, которые не линейны в своем классическом пределе. В последние годы феномен хаоса в квантовых системах вызвал всплеск работ [1-9]. В частности, проявления динамического хаоса в квантовых системах, взаимодействующих с внешним, зависящим от времени полем, обнаружены вблизи границы дискретного спектра и континуума. Речь идет об атоме водорода, ридберговских атомах, ангармоническом осцилляторе, двухатомных молекулах. Значительный интерес вызвал феномен ионизации высоковозбужденных атомных состояний сильным низкочастотным электромагнитным полем [1-9], в основе которого лежит диффузия электрона по сильно возбужденным полям состояниям атома. При этом нелинейные колебания электрона становятся стохастическими. Как машинные, так и аналитические расчеты дали оценку поля, критичного для возникновения стохастической неустойчивости. Как и любой стохастический процесс, искомую ионизацию можно описать в диффузионном уравнении при достаточно больших временах действия поля или же при усреднении по большому числу исходных положений классических орбит атома в пространстве. При этом, для того, чтобы стохастическое блуждание электрона захватывало много уровней (переход к хаосу) необходимо выполнение условия для напряженности электрического поля $E > n^{-6}$ (n - главное квантовое число) [2]. Экспериментально искомый феномен наблюдался для атома водорода из состояния с $n=60$ в поле частоты $\omega=9,9$ ГГц. В серии работ Кассати и др. [3,4], посвященных анализу и описанию феномена хаоса методами нелинейной классической динамики, искомые эффекты нашли достаточно убедительное качественное объяснение. Однако адекватное описание тонких особенностей квантового хаоса требует применения

квантово-механических методов. Данная работа посвящена описанию явления динамического хаоса в ридберговом атоме. На основе теории квазистационарных квазиэнергетических состояний (ККЭС), операторной теории возмущений, метода комплексного вращения координат [6-10] рассчитаны зависимость квазиэнергии как функции параметров внешнего электромагнитного поля, вероятности ионизации атома водорода как функции частоты поля. Представлена количественная диаграмма проявления эффектов квантовых флуктуаций, стабилизации, дестабилизации, фрактальных свойств и особенностей выполнения теоремы КАМ.

Метод квазистационарных, квазиэнергетических состояний. Идея метода комплексного вращения координат, ранее с успехом примененного к различным задачам на квазистационарные состояния в статических полях [6,8], заключается в том, что преобразование координат $r' = ar \exp(i\varphi)$ в гамильтониане, оставляя неизменными его собственные значения, соответствующие квазистационарным состояниям, переводит их собственные функции в пространство квадратично интегрируемых функций. В результате задача нахождения энергии сводится к поиску собственных значений неэрмитовой матрицы. Рассмотрим атом Н (ридберговский атом) во внешнем электромагнитном поле $F(t) = F_0(t) \cos(\omega t)$ (для циркулярно-поляризованной волны: $F(t) = F_0 \{\cos \omega t, \sin \omega t, 0\}$). В рамках метода ККЭС уравнение на ККЭС имеет вид (используется атомные единицы):

$$(-1/2 \cdot \nabla^2 - r^{-1} + \omega L_z + F_0 x) \Psi_E(r) = E \Psi_E(r) \quad (1)$$

После комплексного преобразования координат уравнение на собственные значения и собственные функции принимает вид:

$$(-1/2 \cdot \nabla^2 e^{-2i\varphi} - r^{-1} e^{-i\varphi} + \omega L_z + F_0 x e^{i\varphi}) \Psi_E(r e^{i\varphi}) = (E - E_n^0) \Psi_E(r e^{i\varphi}) \quad (2)$$

где $E_n^0 = -1/2n^2$ - невозмущенное значение энергии. Квадратичная интегрируемость функций квазистационарных состояний обеспечивается при значениях угла комплексного вращения координат φ , определяемых неравенствами:

$$|\arg[-(E + N\omega)]^{1/2} < \varphi < \pi/2 - \arg\{-(E + (N-1)\omega)\}^{1/2},$$

где N - пороговое число фотонов, необходимое для ионизации. При выборе конечного базиса, на котором диагонализуется (2), комплексные собственные значения зависят от φ как от параметра. Задавшись определенной точностью вычисления, размер базиса можно выбрать таким образом, чтобы его вариации не изменяли точности результата. Эффективным является использование оптимального базиса операторной теории возмущений в задаче об эффекте Штарка для атома водорода [8-10]. В [6,8] в качестве базиса предложено использовать систему функций задачи Штурма-Лиувилля атома Н:

$$\Psi_{nlm} = [(n+l+1)!/n!]^{1/2} M_{n+l+1, l+1/2}(2r/\nu) / r Y_{lm}(\vec{r}/r) \quad (3)$$

где M - функция Уиттекера. Проблема далее сводится к стационарной задаче на собственные значения и собственные векторы матрицы A :

$$Ab = (E_n^0 - E_n) b$$

$$A_{nlm, n_1 l_1 m_1} = \delta_{l, l_1} \delta_{m, m_1} \{ < nlm | n_1 l_1 m_1 > \cdot [(n_1 + l_1 + 1)/\nu \cdot \exp(-2i\varphi) - \exp(-i\varphi)] + \quad (4)$$

$$\delta_{n, n_1} (E_n^0 - 1/2\nu^2 + \omega m) \} + F_0 \exp(-i\varphi) < nlm | x | n_1 l_1 m_1 >$$

где $|nlm\rangle$ - радиальная часть функций (3). Полная диагонализация матрицы (4) представляет собой достаточно сложную задачу. Поэтому часто ищется лишь одно собственное значение, переходящее при включении поля в основное состояние E_n^0 .

Решение задачи отыскания максимального собственного значения и соответствующего собственного вектора осуществляется стандартными итерационными методами [10]. Естественно усложнение в случае наличия резонанса на атомных уровнях и тогда матрица имеет несколько близких по модулю собственных значений (для их разделения используется q-p алгоритм). Сдвиг K и вероятность P ионизации основного состояния атома определяются выражениями:

$$K = \alpha F_0^2 / 4 \operatorname{Re} \Delta E, \quad P = \sigma F_0^4 / 2 \operatorname{Im} \Delta E \quad (5)$$

Результаты расчета и выводы. Теоретические и численные оценки [3,10] показывают, что при $\omega_0 = \omega n_0^3 > 1$ (n_0 - начальное возбужденное состояние) и напряженности поля $\varepsilon_0 = F_0 n_0^4 > \varepsilon_c \approx (50 \omega_0^{1/3})^{-1}$ движение электрона переходит в хаотический режим, имеет место далее диффузия по состояниям спектра и ионизация. При $\omega_0 \rightarrow 0$ критическое значение поля приближается к статическому пределу $\varepsilon_0 \approx 0,13$. С ростом ω_0 (при условии $\omega_0 < 1$) значения критического поля (для ионизации) растут. Если $\omega_0 > 1$ (электрон находится достаточно далеко от ядра) действие внешнего поля приводит к осцилляциям электрона около его кеплеровской орбиты с частотой $\Omega \approx \omega^2 / (F_0 m)$. Отметим, что условие $S = \omega / \Omega \gg 1$, выполняемое при

$$F_0 > F_{stab} = \beta \omega / m \quad (6)$$

(β - численный параметр), определяет границу стабилизации. Искомая граница располагается значительно выше, чем граница статической ионизации и хаоса. Для получения атомов в поле в состояниях, принадлежащих области стабилизации, процесс включения поля должен быть следующим: время включения поля t_s должно быть меньше орбитального периода электрона $2\pi n_0^3$ и справедливо условие: $\int_0^{t_s} F(t) dt \cong 0$.

Ионизация будет иметь место после одного орбитального периода. Граница дестабилизации дается выражением: $F_{dest} \approx 16 L \omega_0^3 / \pi m^2 n_0^3$ ($L = \ln[(2F_0 / \pi e)^{1/2} / \omega m]$). Важно подчеркнуть, что существование области стабильности атома в поле получено не только в рамках классического ("Kepler map") динамического моделирования (формально классика работает при условии $\omega \ll 1/n_0^2$), но и на основе квантово-динамического описания движения ("Kramers map") [2,3]. Выполненный в настоящей работе численный расчет динамики атома водорода в электромагнитном поле подтвердил существование области стабилизации, лежащей выше границы хаотической динамики. На рис. 1 представлены результаты численного расчета зависимости вероятности P ионизации (5) как функции частоты ω_0 ($n_0 = 63$, $\varepsilon_0 = 0,043$). Полученные на основе квантово-механического расчета данные очень хорошо коррелируют с данными Кассати и др.[3]. Рис.1. демонстрирует феномен квантовых флуктуаций, наблюдаемых вплоть до значений $\Delta \omega_0 \sim 10^{-6}$ (при меньших масштабах эффект исчезает). Применение мультифрактального формализма и аппарата вазвлет преобразований (использована программная версия [11]) показывает, что нашей системе присущи фрактальные свойства, в частности, спектр фрактальных размерностей лежит в интервале [1,3-1,9]. На рис. 2 приведена диаграмма динамики атома H в поле в плоскости $(\varepsilon_0, \omega_0/m)$. В нижней части диаграммы расположена область стабильности системы в смысле теоремы Колмогорова- Арнольда-Мозера.

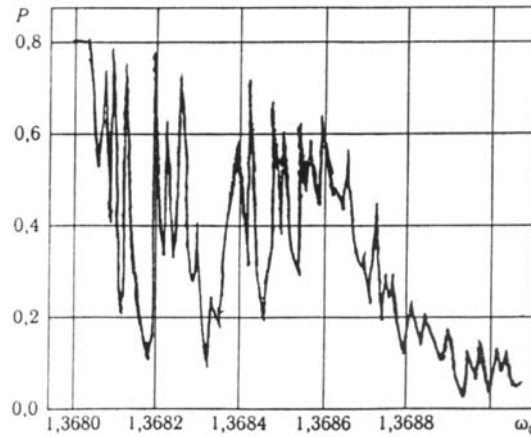


Рис.1. Зависимости вероятности P ионизации (5) как функции частоты ω_0 .

Нижняя кривая определяет границу области хаоса $\varepsilon_0 \sim (50\omega_0^{1/3})^{-1}$. При малых ω_0 эта граница приближается к статическому пределу ионизации $\varepsilon_0 \approx 0,13$. Область стабильности (magic mountain) отделена границей стабилизации $\varepsilon_0 \approx 12(\omega_0/m_0)$ внизу и границей дестабилизации $F_{dest} \approx 16L\omega_0^3/\pi m^2 n_0^3$ ($L = \text{Ln}[(2F_0/\pi\varepsilon)^{1/2}/\omega m]$) сверху.

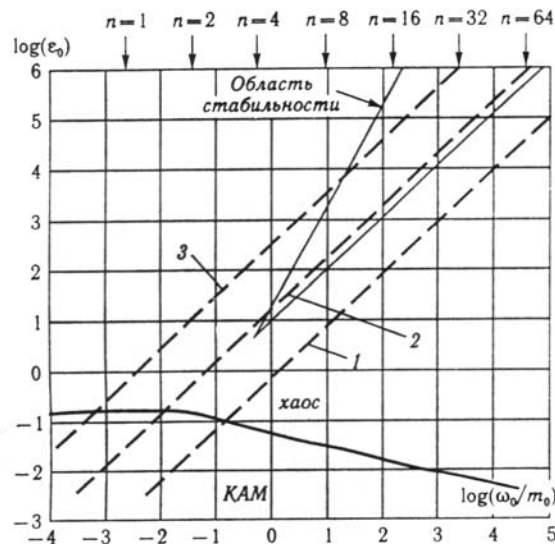


Рис.2. Диаграмма динамики атома Н в плоскости: $\varepsilon_0, \omega_0/m$ (см. текст).

Впервые существование этой области было предсказано Кассати и др. [3] на основе классического рассмотрения. Строго говоря, этот подход справедлив до значений $\varepsilon_0 \sim 0,2(\omega_0/m_0)$. В отличие от него, квантовый подход, использованный нами, лишен этого ограничения. Единственная трудность его применения связана с достаточно сложным расчетом характеристик квазиклассических уровней. Пунктирные линии на рис.2 соответствуют напряженности поля: а) 0,0025 б) 0,05; в) 1,0. В отличие от оценок [3], наши результаты, в частности, диаграмма рис.2, дает более точные количественные предсказания. Это подтверждает сравнение результатов теории с данными эксперимента Коха [6] по ионизации из высоковозбужденных $n \sim 50$ состояний атома Н полем $F_0 \sim 10$ В/см, $\omega = 9,9$ ГГц.

Список литературы

1. Дыхне А.М., Юдин Г.Л. Внезапные возмущения и квантовая эволюция.-М.: Наука, 1996.-428С.
2. Dando P.A., Monteiro T.S. Atoms in Static Fields: Chaos or Diffraction // Photonic, Electronic, Atomic Collisions.-Singapore: World Sci. Pub.-1997.-P.621 -630.
3. Benvenuto F., Casati G., Shepelyansky D.L. Rydberg Stabilization of atoms in strong fields: “magic” mountain in chaotic sea// Z.Phys.B.-1994.-Vol.94.- P.481-486.
4. Casati G., Guarneri I., Mantica G. Classical Stabilization of periodically kicked hydrogen atoms// Phys.Rev.A.-1994.-Vol.50,N6.- P.5018-5024.
5. Dupret K., Zakrzewski J., Delande D. Resonances in the Diamagnetic Rydberg Spectrum: Order and Chaos// Europhys.Lett.-1995.-Vol.31,N5-6.-P.251-256.
6. Преображенский М.А., Рапопорт Л.П. Квазистационарные состояния атома водорода в поле сильной монохроматической волны//ЖЭТФ.-1990.-Т.78.-С.929-935.
7. Глушков А.В. Томас-Фермиевская модель многочастичного осциллятора// Изв.вузов. Сер.Физика.- 1992.- N7.-С.41-47.
8. Glushkov A.V.,Ivanov L.N. DC Strong-Field Stark-Effect: consistent quantum-mechanical approach//J.Phys.B:At.Mol.Opt.Phys.-1993.-Vol.26,N16.- P.L379-L386.
9. Glushkov A.,Ambrosov S.,Malinovskaya S., Resonances in Quantum Systems in strong external field: New Quantum Approach// Journ.of Techn.Phys.-1997.- Vol.38.-P.215-218.
10. Ignatenko V.M., Stochastic dynamics of wannier-mott excitons and highly-excited atoms of alkali elements in an electromagnetic field// Photoelectr.-2004.-N13.-P.55-59.
11. Glushkov A.V., Bunyakova Yu.Ya., Khokhlov V.N., Prepelitsa G.P., Tsenenko I.A., Sensing air pollution field structure in the industrial city’s atmosphere: stochasticity and effects of chaos// Sensor Electr. & Microsyst. Techn.-2005.-N1.-P.80-84.

Динамічний хаос у високоезбуджених станах рідбергових атомів у зовнішньому електромагнітному полі. Ігнатенко В.М.

Динамічний хаос в атомі водню (рідбергових атомах) у високоезбудженому стані у зовнішньому низькочастотному електромагнітному полі розглянуто на підставі послідовного квантово-механічного підходу-метода квазістаціонарних квазіенергетичних станів. Представлено кількісну діаграму проявлення ефектів квантових флуктуацій, стабілізації, дестабілізації, наявності фрактальних властивостей та особливостей виконання теореми Колмогорова-Арнольда-Мозера.

Ключові слова: динамічний хаос, рідберговий атом у високоезбудженому стані, зовнішнє поле, теорема Колмогорова-Арнольда-Мозера

Dynamical chaos in highly excited states of rydberg atoms in an external electromagnetic field. V. Ignatenko

Dynamical chaos in hydrogen atom in the highly-excited state in the external low-frequency electromagnetic field is studied within consistent non-perturbative quantum-mechanical approach -quasistationary quasienergy states method. The quantitative diagram of the quantum fluctuations, stabilization and destabilization effects, the fractal properties availability and the Kolmogorov-Arnol’d-Mozer theorem fulfilling is presented.

Keywords: dynamical chaos, Rydberg atom in highly-excited state, external field, Kolmogorov-Arnol’d-Mozer theorem.